

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO



LUCAS RODRIGUES DE SOUSA ALVES

UMA ANÁLISE DA APLICAÇÃO DA TENDÊNCIA
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS
DIDÁTICOS DO “NOVO ENSINO MÉDIO”

FLORESTAL
MINAS GERAIS – BRASIL
2023

LUCAS RODRIGUES DE SOUSA ALVES

**UMA ANÁLISE DA APLICAÇÃO DA TENDÊNCIA HISTÓRIA
DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO “NOVO
ENSINO MÉDIO”**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Curso de Licenciatura em Matemática, para obter o diploma de licenciado em matemática.

FLORESTAL
MINAS GERAIS – BRASIL
2023

FICHA CATALOGRÁFICA

Copie o arquivo

`ficha_catalografica_ufv.pdf`

fornecido pela UFV para a pasta do trabalho e a ficha catalográfica será automaticamente incluída aqui.

LUCAS RODRIGUES DE SOUSA ALVES

**UMA ANÁLISE DA APLICAÇÃO DA TENDÊNCIA HISTÓRIA
DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO “NOVO
ENSINO MÉDIO”**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Curso de Licenciatura em Matemática, para obter o diploma de licenciado em matemática.

APROVADA: 20 de julho de 2023.

Dra. Danielle Franco Nicolau

Dr. Sílvio Rodrigo de Moura Rocha

Dra. Lúcia Helena dos Santos
Lobato
(Orientadora)

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de expressar minha gratidão a Deus e a todas as entidades espirituais que me abençoaram ao longo da minha jornada acadêmica. Aqueles que me conhecem sabem como recorri a forças superiores para completar minha graduação. Também quero estender meus agradecimentos à minha orientadora, Lúcia Helena, que não apenas me guiou academicamente, mas também se tornou uma amiga, psicóloga e confidente. Sem ela, eu não teria conseguido concluir este trabalho.

Sou imensamente grato aos meus pais, Rosineia e Gilmar, por seu apoio inabalável ao longo da minha jornada acadêmica e por estarem sempre ao meu lado nos momentos em que mais precisei. Às minhas irmãs, Marianna, Milenna e Mariana, agradeço pelo carinho e encorajamento. Quero estender meus agradecimentos à minha tia Ana Maria e a todos os meus familiares.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão aos amigos que fiz durante minha formação: Patricia, Josiane, Samuel, Maira, Julia, Janaine, Luiz, Luan, Warley, Henrique e Guilherme. Vocês formaram minha rede de apoio quando minha família não podia estar presente e se tornaram mais do que simples amigos. Agradeço também às minhas veteranas, Suéllen e Ana Carolina Martins, por me apoiarem desde o início. Aos amigos de outros cursos, Bruna, Claudilene, Felipe, Italo e Reginaldo, que também fazem parte da minha história.

Não posso deixar de mencionar minha gratidão aos amigos Maria Stela, Patricia e Geraldo, pelas conversas e pelo carinho que sempre me proporcionaram nos momentos em que mais precisei. Agradeço ainda aos meus professores: Fernando, Danielle, Guaraci, Gérson, Alexandre, Luís Felipe, Sérgio, Mehran, Monique, Vinícius, Carla, Iara e Leonardo.

Quero estender meus agradecimentos às minhas professoras Carine, Jussara, Kenia, Grecia, Adriana Lisboa e Cassia por sua orientação e ensinamentos valiosos ao longo da minha jornada acadêmica

RESUMO:

Este trabalho teve como objetivo investigar a aplicação da tendência Histórica da Matemática, nos conteúdos Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes, em cinco coleções produzidas pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD para o Novo Ensino Médio. Para contextualizar a pesquisa, apresentamos um breve histórico das Tendências em Educação Matemática focando principalmente na Histórica da Matemática. Posteriormente, abordamos como os estudos de Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes se desenvolveram ao longo do tempo. Em seguida, procedemos a análise das obras, considerando abordagem, contextualização e conexões adotadas para os conteúdos citados. Com base nesse estudo, verificamos que, embora um dos livros aborde o assunto conforme desenvolvido historicamente, nenhum deles faz uso adequado da Tendência em Educação Matemática História da Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática, Livros Didáticos, Sistema Lineares, Matrizes e Determinantes.

ABSTRACT:

This work aimed to investigate the application of the Historical tendency of Mathematics, in the contents Linear Systems, Matrices and Determinants, in five collections produced by the Programa Nacional do Livro Didático - PNLD for New High School. To contextualize the research, we present a brief history of Trends in Mathematics Education, focusing mainly on the History of Mathematics. Subsequently, we address how the studies of Linear Systems, Matrices and Determinants have developed over time. Next, we proceeded with the analysis of the works, considering the approach, context and connections adopted for the cited contents. Based on this study, we found that, although one of the books addresses the subject as it has historically developed, none of them makes adequate use of the Trend in Mathematics Education. History of Mathematics.

Keywords: History of Mathematics, Textbooks, Linear Systems, Matrices and Determinants.

Introdução

Piovesan e Zanardini (2008) apresentam uma visão importante sobre as dificuldades encontradas tanto pelos alunos como pelos professores no ensino e na aprendizagem da Matemática. Os autores destacam que:

De um lado, observa-se a incompreensão e a falta de motivação dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula de forma tradicional, e do outro, está o professor que não consegue alcançar resultados satisfatórios no ensino de sua disciplina.” (PIOVESAN e ZANARDINI, 2008, p.2)

Um dos principais problemas é o caráter engessado de alguns métodos de ensino, resultando em aulas maçantes e cansativas, o que acaba inibindo o raciocínio lógico dos estudantes. Portanto, surge a necessidade de abordagens pedagógicas mais eficazes e engajadoras. Para reverter essa situação e tornar o ensino dessa disciplina mais atraente para os estudantes. Isso pode ocorrer porque utiliza-se o foco no conteúdo, e no método ou no processo.

Uma abordagem promissora é a utilização das Tendências em Educação Matemática, uma linha de pesquisa da Educação Matemática, que atualmente engloba as seguintes temáticas: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica, Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e História no Ensino da Matemática.

De acordo com Fiorentini (1995) e D’Ambrósio (1989), cada uma dessas tendências, quando trabalhada de forma adequada, pode ajudar os alunos a superarem o receio em relação ao estudo da matemática. Sobre História da Matemática, D’Ambrósio afirma que a tendência

tem servido para alguns pesquisadores como motivação para o trabalho com o desenvolvimento de diversos conceitos matemáticos. Esta linha de trabalho parte do princípio de que o estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva a uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado. Essas dificuldades históricas têm se revelado as mesmas muitas vezes apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem. (D’AMBRÓSIO, 1989, p. 18)

Essa perspectiva ressalta a importância de contextualizar o ensino da matemática, mostrando aos alunos como as ideias matemáticas foram desenvolvidas ao longo do tempo. Ao explorar a história da matemática, os alunos podem perceber que conceitos complexos que podem parecer abstratos ou distantes de sua realidade têm uma trajetória de construção e aplicação ao longo do tempo. Isso pode ajudar a tornar o conteúdo mais significativo, relevante e acessível para os alunos, despertando seu interesse e engajamento no processo de aprendizagem.

Sendo assim, julgamos relevante incorporar a história da matemática no ensino, buscando explorar os aspectos históricos do desenvolvimento dos conceitos matemáticos como um recurso pedagógico que pode enriquecer a compreensão e a aprendizagem dos estudantes.

Com isso em mente, este trabalho realizou uma análise dos conteúdos de Sistemas Lineares, Matrizes e Determinante em cinco Livros Didáticos do Novo Ensino Médio, sob a ótica das Tendências em Educação Matemática, mais especificamente da História da Matemática. Com essa análise, pretendemos investigar se os Livros Didáticos, que são materiais importantes tanto para os professores quanto para os estudantes, utilizam essa tendência.

Tendências Matemáticas: A história da matemática como uma tendência

Antes de adentrarmos no assunto principal deste trabalho, é importante apresentarmos uma contextualização histórica da Educação Matemática. Dario Fiorentini em “Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil”, de 1995, apresenta seis tendências pedagógicas: a formalista clássica, a empírico-ativista, a formalista moderna, a tecnicista e suas variações, a construtivista e a sócioetnoculturalista.

As tendências formalista clássica e a empírico-ativista na visão de Fiorentini (1995) são antagonistas. A primeira perdurou no ensino da matemática no Brasil até final da década de 50, visando ao ensino centralizado no papel do professor como a figura ativa, desempenhando a função de transmissor e expositor do conteúdo, ao passo que o(a) estudante agia passivamente atuando no papel de memorizador e de reproduzidor dos raciocínios memorizados.

De acordo com Fiorentini (1995), na segunda tendência, a responsabilidade de ambos muda, pois o professor passa a exercer a função de orientador ou facilitador da aprendizagem e o estudante passa da passividade para o centro da aprendizagem. Contudo, em ambas as tendências, a concepção idealista de conhecimento está presente, apoiando-se no fato de que as ideias matemáticas são obtidas por descobertas, levando em conta que, no empírico-ativista, elas preexistem em um mundo natural e material.

Influenciada pelos eventos “Congressos Brasileiros de Ensino e Matemática” e “Movimento da Matemática Moderna (MMM)”, a tendência formalista moderna na relação professor-discente não diferenciava muito da tendência formalista clássica, já que nelas o professor desempenha o papel autoritário enquanto ao estudante é designado o papel de passividade (Fiorentini, 1995). Contudo, há distinção entre as tendências formalistas, uma vez que, enquanto na clássica se enfatiza e valoriza o encadeamento lógico do raciocínio

matemático, na moderna se procura os desdobramentos lógico-estruturais das ideias matemáticas.

Quase de forma paralela ao formalismo moderno, surge a tendência tecnicista que enfatiza as tecnologias de ensino. Diferentemente das demais, nem o professor nem o estudante é o centro do ensino, porque o foco nesta tendência é nos objetivos instrucionais, nos recursos educacionais e nas técnicas de ensino. O embate geracional entre o formalismo moderno e tecnicista acaba gerando o tecnicismo formalista.

Segundo Fiorentini (1995), a tendência construtivista emerge a partir da epistemologia genética piagetiana. Com isso, no construtivismo, a estrutura de pensamento é consequência direta de uma formação realizada pelos estudantes. Logo a decisão dos processos de aprendizagem parte dos estudantes, e não do professor. Dessa forma, para esta tendência, o conhecimento matemático está estritamente ligado à ação interativa ou reflexiva do homem com o meio ambiente e com as atividades.

Com a missão de reverter o fracasso do movimento modernista e a crescente dificuldade de aprendizagem dos estudantes das classes menos favorecidas, surge a tendência sócioetnocultural, focada em uma relação discente-docente pautada no diálogo e no compartilhamento de conhecimentos sempre partindo do discente. Para isso o método adotado é o da problematização e da modelagem matemática, com aplicação deste método o objetivo é aproximar a matéria do cotidiano do estudante (Fiorentini, 1995).

Nota-se que a educação matemática em cada tendência foi trabalhada de forma interligada com o seu tempo, procurando imprimir, à sua forma, uma necessidade da sociedade da época. Com isso, é importante destacar que atualmente vivemos uma nova era na educação matemática com novas tendências que são Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História no Ensino da Matemática, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica e uso de Tecnologias da Informação e Comunicação - TICs. Todas as tendências em Educação Matemática citadas anteriormente desempenham papéis importantes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

O foco deste trabalho será a História da Matemática, com objetivo de trabalhar as origens das ideias matemáticas, permitindo aos estudantes compreenderem as circunstâncias nas quais se desenvolveram, como declara os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

[...] Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas

a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. PCNs (1998, p. 43).

A tendência em História da Matemática consiste em abordar a disciplina matemática sob uma perspectiva histórica, explorando suas origens, os indivíduos que contribuíram para o seu desenvolvimento, as circunstâncias em que as ideias matemáticas surgiram e como essas ideias evoluíram ao longo do tempo. Essa abordagem permite aos estudantes compreender a Matemática como um conhecimento em constante construção, com erros e acertos, e não como um conjunto de verdades absolutas e estáticas. Além disso, a História da Matemática contextualiza o conhecimento, mostrando como os conceitos matemáticos se relacionam com o contexto social, político e cultural de sua época.

Essa tendência visa motivar os estudantes a descobrir a origem dos conceitos matemáticos, estabelecer conexões com outros campos do conhecimento e desenvolver uma visão crítica e reflexiva da Matemática, contribuindo assim para uma compreensão mais profunda e dinâmica da disciplina. Também enfatiza a importância de os professores atuarem como orientadores, incentivando os estudantes a participar ativamente na construção do conhecimento e relacionando-o com as necessidades históricas, sociais e culturais existentes.

Mesmo ligado ao antigo, a História da Matemática é recente como tendência de ensino. De acordo como Viana (2020), os estudos relacionados ao tema tiveram início com o Grupo Internacional de Estudo sobre as Relações entre História e Pedagogia da Matemática - HPM, que surgiu como um grupo de trabalho do Congresso Internacional de Educação Matemática - ICME-2 que ocorreu em 1972, em Exeter na Inglaterra.

Em um encontro quatro anos depois, o HPM foi instituído como um grupo de estudos afiliado à Comissão Internacional de Instrução Matemática. Para Fossa (2022), a instituição do HPM mostra que o assunto já atraía vários pesquisadores na área, além de outras pessoas interessadas no assunto. Ainda segundo o autor, “também é de esperar que houvesse precursores, isto é, indivíduos que trabalharam mais ou menos isoladamente com o intuito de utilizar a História da Matemática como um recurso pedagógico.” (FOSSA, 2022, p.7-8)

É interessante destacar que o Brasil foi sede de uma das reuniões da Seção de HPM. A Reunião foi organizada por Ubiratan D’Ambrosio na cidade de Blumenau, Santa Catarina, em 1994. Contudo, desde a década de 1980, em grupos isolados já ocorriam estudos sobre o tema, destacamos a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) em 1999.

Nos dias de hoje, as pesquisas que relacionam a História da matemática, a Matemática e a Educação se destacam em três campos de pesquisas: História da Matemática, História da Educação Matemática e História na Educação Matemática (Miguel e Miorim, 2011). De acordo com Viana (2020, p.2), essas pesquisas são

estudos cujo objeto se relaciona com inserção da História da Matemática na formação de professores de Matemática e na formação matemática de alunos de todos os níveis, livros didáticos de Matemática, programas e currículos para ensino de Matemática e pesquisa em Educação Matemática.

O primeiro campo de pesquisa, História da Matemática, na visão de Dalbon e Ribeiro (2021), é resultado de investigação e não apenas do conhecimento cumulativo de ideias ou resultados. Para Dalbon e Ribeiro (2021), o segundo campo de pesquisa, História da Educação Matemática, tem como missão investigar os processos sociais e da transformação da atividade matemática.

E, por fim, em conformidade com Miguel e Morim (2011), o terceiro campo de pesquisa, História na Educação Matemática, é um recurso valioso para o ensino e a aprendizagem da matemática, já que a mesma possibilita uma ampla visão de diferentes culturas e sociedades ao longo do tempo¹.

Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes.

Antes da homologação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, na maioria dos livros didáticos, o tópico de Sistemas Lineares era abordado depois do estudo das Matrizes e dos Determinantes. De acordo com POSSANI (1992), essa ordem era razoável "do ponto de vista lógico, mas é bom observar que historicamente as coisas não se passaram assim." (1992, p.35).

Em consulta ao novo documento norteador da Educação Básica brasileira, não encontramos nenhuma referência aos tópicos de Matrizes e Determinantes. Após busca minuciosa, localizamos apenas a seguinte habilidade:

¹ É válido destacar que o uso da Tendência História da Matemática, assim como qualquer outra tendência ou metodologia de ensino, requer tempo de preparação e prática. Muitos professores podem considerá-la desinteressante, devido à carga horária ou por falta de ideias para aplicá-la em suas aulas. Nesse sentido, destacamos o trabalho intitulado "A História da Matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica", de autoria de Wlasta N. H. De Gasperi e Edilson Roberto Pacheco. Este trabalho apresenta atividades que envolvem a História da Matemática e também traz impressões dos estudantes em relação a essas atividades.

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p.528)

Na parte do documento destinado à Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio, essa habilidade está relacionada na Competência Específica 3:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p.527)

Nesse sentido, espera-se que os estudantes resolvam problemas que envolvam equações lineares, o que requer compreensão de conceitos fundamentais e aplicação de diferentes métodos para encontrar a(s) solução(ões). Além disso, é desejável que os estudantes também saibam interpretar e analisar as soluções encontradas, utilizando-as em diferentes contextos.

Embora a BNCC não faça referência as Matrizes e Determinantes, esses assuntos estão relacionados com os Sistemas Lineares. Diferentemente da ordenação que tradicionalmente dávamos a esses conteúdos, justificada inclusive por deixar mais eficiente e elegante as resoluções, historicamente os estudos dos Sistemas Lineares antecedem os outros dois (Matrizes e Determinantes), já que sua resolução é uma das aplicações mais antigas da álgebra.

De acordo com Boyer (2012), os primeiros estudos sobre essa temática, foram realizados pelos chineses. O autor cita o famoso livro Chui Chang Suan-Shu, *Nove Capítulos Sobre a Arte da Matemática*, escrito por volta de 250 a.C. composto por 246 problemas diversos que envolviam questões da sociedade na época.

O Cap. 8 do nove capítulos é significativo por conter a solução de problemas sobre equações lineares, usando tanto números positivos quanto negativos. O último problema no capítulo envolvem quatro equações em cinco incógnitas, e o tópico das equações indeterminadas continuaria a ser um dos preferidos entre os povos orientais. (BOYER, 2012, p. 144)

Segundo Eves (2011), outras duas contribuições importantes também vieram de asiáticos, pois, em 1303, o chinês Chu Shi-kié com seu *The Precious Mirror of the Four Elements*, *O Preciso Espelho dos Quatro Elementos*, tratava questões de álgebra com um grau elevado. Em 1683, o matemático japonês Seki Shinsuke Kowa em seu manuscrito *Kai Fukudai no Ho*, *Método de solução de Questões Secretas*, acreditava que os problemas apresentados por ele contribuiriam para teoria de um desenvolvimento de um processo operatório que melhoraria as considerações realizadas por Chu Shi-kié (Nunes, 2016).

No continente vizinho, a primeira contribuição para o estudo de Sistemas Lineares é atribuída ao polímata alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716). Nessa época, século XVIII, surgem livros-texto de sucesso, resultando, inclusive, em uma polêmica envolvendo Colin Maclaurin (1698 – 1746) e Gabriel Cramer (1704 – 1752). Boyer (1974) e Eves (2011) relatam que o dispositivo prático, posteriormente nomeado com Regra de Cramer, já era utilizado por Maclaurin desde 1729, com publicação em sua obra póstuma *Treatise of Algebra, Tratado de Álgebra*, de 1748, dois anos antes do estudo de Cramer.

Contudo, o trabalho de Cramer, *Introduction a l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques, Introdução à análise das linhas Curvas Algébricas*, de 1750, conquistou maior notoriedade devido à sua superioridade nas demonstrações. Além disso, a disputa intelectual entre Leibniz e Newton afastou os matemáticos britânicos do continente, o que colocou em questão trabalhos de Maclaurin.

Outro importante matemático que contribuiu para os estudos foi Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), que desenvolveu o mecanismo conhecido como Método da Eliminação de Gauss. Os trabalhos de Gauss são um marco para os estudos de Sistemas Lineares. Um exemplo de desdobramento das contribuições de Gauss é o Método de Redução de Gauss-Jordan, publicado em 1888 pelo matemático alemão Wilhelm Jordan (1842 – 1899).

Como mencionamos anteriormente, o estudo dos Sistemas Lineares normalmente é precedido pelo estudo das Matrizes e Determinantes. Porém, historicamente, a cronologia é inversa. Luccas (2004, p. 13), afirma que sistemas lineares, determinantes e matrizes são conteúdos

[...] fortemente interligados que se desenvolveram historicamente nesta ordem, embora sejam trabalhados atualmente de maneira invertida (primeiramente se estuda Matrizes, em seguida Determinantes e por último Sistemas Lineares, segundo a estrutura lógica concebida pela concepção formalista).

Por se tratar de conteúdos interligados, abordaremos brevemente os estudos sobre Matrizes e Determinantes.

Em 1683, em uma correspondência para o matemático francês L' Hospital (1661 – 1704), Leibniz afirma ter usado combinações de coeficientes para resolver sistemas de equações lineares e encontrou uma maneira de indexar tais coeficientes com números. Fato destacado por Eves (2011. pg. 444):

Comumente atribui-se a Leibniz, em 1693, a criação da teoria dos determinantes, visando o estudo de sistemas de equações lineares, embora considerações semelhantes já tivessem sido feitas dez anos antes no Japão por Seki Kōwa.

De acordo com Domingues (2013, p. 134), o “francês Étienne Bézout (1730-1783), autor de textos matemáticos de sucesso em seu tempo, sistematizou em 1764 o processo de estabelecimento dos sinais dos termos de um determinante”. O autor também afirma que

coube a outro francês, Alexandre Vandermonde (1735-1796), em 1771, empreender a primeira abordagem da teoria dos determinantes independente do estudo dos sistemas lineares — embora também os usasse na resolução desses sistemas. O importante teorema de Laplace, que permite a expansão de um determinante através dos menores de r filas escolhidas e seus respectivos complementos algébricos, foi demonstrado no ano seguinte pelo próprio Laplace num artigo que, a julgar pelo título, nada tinha a ver com o assunto: “Pesquisas sobre o cálculo integral e o sistema do mundo”. (DOMINGUES, 2013, p. 134)

Outras importantes contribuições vieram do matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789 – 1857) que estabeleceu várias propriedades fundamentais dos Determinantes como, por exemplo, o teorema que garante que se A e B são matrizes quadradas de ordem n , então $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$, também é creditado a ele o uso do termo “característica” da equação característica da matriz (Eves, 2011).

Juntamente com Cauchy o matemático alemão Carl Gustav Jakob Jacobi (1804 – 1851), conhecido como “o grande algorista”, foi o que mais contribuiu para a Teoria dos Determinantes e deve-se a ele a forma como esse assunto é apresentado atualmente. Para Domingues (2013, 134), “Jacobi era um entusiasta da notação de determinante, com suas potencialidades”. De acordo com Eves (2011, p. 536), “foi com ele que a palavra Determinante recebeu a aceitação final.”

A teoria de matrizes foi desenvolvida ao longo de muitos anos recebendo as contribuições significativas de vários matemáticos. Anton e Rorres (1991) destacam que o termo matriz foi utilizado pela primeira vez pelo matemático James Sylvester em 1850, assim o termo Matriz surge do latim ‘*mater*’ (mãe). O termo foi escolhido pois era o que melhor descrevia uma tabela de números que dava origem a muitas outras tabelas de números.

Sylvester compartilhou seu trabalho com Arthur Cayley, que, segundo Anton e Rorres (1991), introduziu alguns das operações básicas sobre matrizes no livro *Memoir on the Theory of Matrices, Ensaio sobre a Teoria de Matrizes*, em 1858. Meyer (2000) relata que a amizade entre Sylvester e Cayley foi de grande importância para a teoria de Matrizes. Ambos desenvolveram e estabeleceram muitos dos resultados fundamentais.

A História dos Livros Didáticos no Brasil

A utilização de Livros Didáticos no território brasileiro ocorreu concomitantemente ao surgimento das primeiras escolas públicas no país em 1820. Contudo, de acordo Zacheu e Castro (2015), a maturidade de sua produção só aconteceu entre 1860 e 1880, com a ampliação do Ensino Primário no Brasil.

Silva (2012) também destaca que o uso de Livros Didáticos remonta ao período imperial. O autor enfatiza que o Colégio Pedro II, criado no Rio de Janeiro em 1837 e inspirado no liberalismo francês, era frequentado apenas pelas classes economicamente privilegiadas. Assim sendo, os livros didáticos utilizados na época eram as obras francesas, traduzidas para o português, ou as originais vindas diretamente da França.

Ainda conforme o autor, foi somente durante o governo Vargas, na gestão de Francisco Campos a frente do Ministério da Educação e Saúde Pública – Mesp que a produção didática sofreu alterações significativas. Tal cenário se deu pelo nacionalismo do governo que se preocupou em consolidar a ideia de nação forte e unida.

Após o golpe de estado, em 1938, sob o comando do Ministério da Educação e Cultura, chefiado agora por Gustavo Capanema, foi criada a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), que tinha como subordinadas as Comissões estaduais de livros didáticos (CELD), estabelecendo o controle político e ideológico da produção e distribuição de livros didáticos no país pela ditadura Vargas. (SILVA, 2012, p.808)

Uma das diferenças, destacada por Soares (1996), é a questão do tempo de utilização de um determinado Livro Didático. Uma perspectiva histórica evidenciará que esse tempo vai se tornando cada vez mais curto, ao longo das décadas. No passado, houve livros didáticos com numerosas e sucessivas edições, utilizados por 40, 50 anos nas salas de aula; nas últimas décadas, o número de edições de um mesmo livro didático é bem menor, seu tempo de vida nas salas de aula não ultrapassa cinco, seis anos. (SOARES, 1996, p. 55). Atualmente, o período de utilização dos livros do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD é de 4 anos.

Segundo Silva (2012), o processo de democratização do ensino ocorrido em 1960 oportunizou a escolarização de crianças e adolescentes vindos de todas as classes sociais, triplicando o número de discentes no Ensino Médio e duplicando no Ensino Fundamental. Tal fato exigiu políticas de barateamento do material didático. Em 1966 é criada a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático - COLTED.

A COLTED enviava a lista de livros didáticos e técnicos já publicados ao MEC (depois de aprovados e selecionados por entidades especializadas), solicitava livros novos e providenciava autores e editoras que seriam responsáveis por eles. Os títulos aprovados eram adquiridos para distribuição às bibliotecas escolares. (SILVA, 2012, p. 809)

Nos anos 70, o Ministério da Educação e Cultura – MEC passa a produzir livros didáticos em coedição com o setor privado. Esta tarefa foi atribuída ao Instituto Nacional do Livro e mais adiante à Fundação Nacional de Material Escolar – FENAME. Em 1985, o MEC cria o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD com o objetivo de “universalizar, gradativamente, o uso do livro didático, através da distribuição gratuita dos títulos escolhidos pelos professores a todos os alunos das escolas públicas e comunitárias do país.” (PNLD/FNDE, 2002).

Atualmente, o PNLD tem como atribuição avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (MEC, 2018)

Análise dos Livros Didáticos.

O Livro Didático talvez seja um dos materiais escolares que mais gera debate em relação a seu papel e sua importância no ambiente escolar. Romanatto (2004), por exemplo, destaca que os Livros Didáticos nada se parecem com um livro, já que o mesmo é monótono e repetitivo em relação a exercícios conduzindo os estudantes ao ato de reproduzir os pensamentos de outros ao invés de contribuir para construção do seu próprio conhecimento.

Já para Costa e Allevato (2010), o Livro Didático desempenha vários papéis no ambiente escolar. Para os professores, esse material orienta na organização e no desenvolvimento das atividades em sala de aula, além de ajudar no aprimoramento do próprio conhecimento. Enquanto para os estudantes exerce a função de fonte de informação, tendo como missão despertar o interesse e o gosto pela leitura.

Diante disso, propomos uma análise de cinco Livros Didáticos do PNLD de 2021² destinados ao Novo Ensino Médio brasileiro. Esta análise terá como foco o tópico de Sistema Linear, Matrizes e Determinante. A análise consistirá em examinar os capítulos desses conteúdos, observando a abordagem adotada pelos autores.

A primeira obra analisada foi "*Conexões: Matemática e Suas Tecnologias*", organizado pela Editora Moderna, composta por seis volumes. O volume selecionado para análise, volume 6, é o de Matrizes e Geometria Analítica. O livro é dividido em quatro capítulos, nos quais o primeiro trata de Matrizes e Determinantes, o segundo aborda Sistemas Lineares, o terceiro explora a Geometria Analítica, e o quarto referisse às Transformações Geométricas.

Os capítulos do livro seguem uma mesma estrutura. Eles iniciam sempre trazendo um tema atual e apresentam os objetivos do capítulo. Especificamente no capítulo de Matrizes e Determinantes, o tema é a “Copa do Mundo de Futebol Feminino”. Na sequência, o texto apresenta a representação genérica das matrizes, bem como a igualdade e algumas matrizes especiais. Também são exploradas as operações: adição, subtração e multiplicação por um número real e, por último, a multiplicação entre matrizes. Essas operações levam à introdução do conceito de determinante, que é explorado em conjunto com o uso de matrizes em planilhas eletrônicas.

A parte que aborda o tema de Sistemas Lineares traz na introdução uma fotografia tirada da Estação Espacial Internacional, e compartilhada pela Nasa, mostrando a visão noturna do sul da Escandinávia, seguida do texto:

A energia que ilumina as cidades e coloca em funcionamento grandes redes de computadores, indústrias, eletrodomésticos, aparelhos hospitalares etc. foi obra de um grande esforço científico da humanidade. Nos dias atuais, as intrincadas relações do ser humano com o mundo e com os modos de produção só são possíveis graças à energia.

A Matemática auxilia nesse processo fornecendo muitas ferramentas. Um exemplo são as equações lineares e os sistemas de equações lineares, usados para determinar as correntes que fluem em um circuito elétrico. Com a lei de Ohm e as leis de corrente e de voltagem de Kirchhoff, obtemos as equações que regem um circuito. (*Conexões: matemática e suas tecnologias*, 2020 p. 38).

Em seguida, o texto rapidamente (re)apresenta as equações lineares e suas soluções, mas logo parte para o assunto principal, discutindo as soluções dos sistemas lineares, classificação

² A escolha dessas coleções não se baseou em uma seleção prévia, mas sim na disponibilidade das coleções em uma instituição federal de ensino, uma vez que as editoras as enviaram para serem apreciadas pelos professores.

dos sistemas, sistemas homogêneos e matrizes associadas. O capítulo também explora os sistemas equivalentes, sistemas escalonados e o processo de escalonamento.

Vale ressaltar que ambos os capítulos oferecem uma abordagem prática com exercícios resolvidos ao longo do texto, bem como propõem exercícios adicionais para que os estudantes possam resolver. No final de cada capítulo, há seções de exercícios complementares e autoavaliação, nas quais os estudantes podem avaliar seu nível de compreensão e identificar possíveis dificuldades. Além disso, ao término do capítulo de Matrizes e Determinantes, é apresentada uma aplicação direta do assunto intitulada "As cifras de Hill". Já no capítulo de Sistemas Lineares, é apresentada a atividade prática "Montando uma dieta alimentar com sistemas lineares" como exemplo de aplicação real.

A coleção "*Multiversos Matemática*", composta por seis volumes, é organizado pela Editora FTD. O volume analisado neste trabalho foca em Matemática Financeira, Gráficos e Sistemas. Ele é dividido em três unidades, sendo que a primeira aborda Matemática Financeira, a segunda trata de Estatística: gráficos e tabelas, e a terceira concentra-se em Matrizes, Sistemas Lineares e Transformações de Figuras.

No livro, os tópicos de Matrizes e Sistemas Lineares são tratado no mesmo capítulo. No início do capítulo, há uma descrição das competências e habilidades estabelecidas pela BNCC. Em seguida, o assunto Grafos é apresentado, relacionando-o ao primeiro tema a ser abordado, que é Matrizes. Nesse contexto, são desenvolvidos os conceitos de igualdade de matrizes e operações envolvendo matrizes. O tema de Sistemas Lineares é introduzido, apresentando equações lineares, o conceito e as características de um sistema de equações lineares, e o método de escalonamento.

Duas aplicações de Matrizes e Sistemas Lineares são apresentadas no capítulo. A primeira, chamada "Integrando", aborda a interpretação geométrica de um sistema linear 3×3 . Já a segunda, denominada "Você conectado", apresenta a resolução gráfica de sistemas lineares 2×2 .

O livro apresenta uma abordagem prática com a inclusão de exercícios resolvidos e propõe a resolução de outros. Além disso, ao longo do texto, são apresentados pequenos desafios relacionados aos exemplos apresentados. Ao final do capítulo, há uma seção destinada a exercícios específicos do Enem e vestibulares.

A coleção "*Prisma Matemática*", também da Editora FTD, é composta por seis volumes, sendo que o livro de Sistemas, Matemática Financeira e Grandezas foi analisado neste trabalho. O livro é dividido em quatro capítulos, sendo o primeiro focado em matrizes e sistemas lineares, o segundo abordando porcentagem e juros, o terceiro tratando de matemática financeira e o quarto abordando grandezas.

Conforme mencionado anteriormente, o tema de Matrizes e Sistemas Lineares é abordado no primeiro capítulo. Na primeira página deste capítulo, há uma ficha que destaca a presença da BNCC no capítulo. Também nessa página, é apresentado um texto que destaca uma das aplicações de sistemas lineares.

A parte teórica do capítulo começa com uma breve introdução, seguida pela definição de matrizes, matrizes quadradas e igualdade entre matrizes. Além disso, são abordadas as operações com matrizes, a definição de matriz inversa e equações matriciais.

O assunto de Sistemas Lineares é introduzido após uma seção chamada "Conexões", que explora a relação entre mobilidade urbana e matrizes. Após uma breve introdução, é feita uma recapitulação do conceito de equação linear. O livro opta por apresentar a interpretação geométrica e a classificação de um sistema 2×2 antes de expandir para sistemas $m \times n$ e sistemas equivalentes.

Nesse momento, há a interligação entre matrizes associadas a um sistema linear, e por fim, é apresentado o escalonamento de sistemas lineares. O capítulo apresenta uma quantidade adequada de exercícios resolvidos e propostos para os estudantes praticarem.

Ao final do capítulo, há três seções adicionais. A primeira seção é intitulada "História da Matemática", abordando a notação de Leibniz. A segunda seção, intitulada "Explorando a tecnologia", apresenta a utilização da matrix calculator. E, finalmente, a seção "Atividades complementares" traz questões relacionadas ao Enem e a vestibulares.

O quarto livro analisado é intitulado "*Matemática em Contextos*", organizado pela Editora Ática. Essa coleção é composta por seis volumes, e o volume selecionado aborda especificamente os temas de Trigonometria e Sistemas Lineares. O livro é dividido em apenas dois capítulos, sendo o primeiro focado em Trigonometria e o segundo em Matrizes e Sistemas Lineares.

O capítulo inicia apresentando um interessante problema envolvendo chocolate, no qual são aplicados conceitos de matrizes para resolvê-lo. Em seguida, o objetivo, a justificativa e as

competências da BNCC são apresentados. Após essa introdução, o livro explora de forma abrangente o conceito e a estrutura das matrizes. Neste livro vemos a aplicação de matrizes em transformações geométricas.

A seção sobre Sistemas Lineares inicia apresentando dois problemas lógicos envolvendo figuras e frutas. Em seguida, é feita uma breve contextualização histórica, que serve como introdução para a formalização do conceito de sistemas lineares, incluindo a definição de equação linear e a solução de uma equação linear.

Essa introdução serve como ponto de partida para explorar mais a fundo o tema principal da seção, que é Sistemas Lineares. O livro apresenta uma abordagem detalhada sobre como escalonar um sistema linear, estabelecendo assim uma conexão entre Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes.

É importante ressaltar que o livro oferece uma ampla variedade de exercícios, incluindo questões de vestibular e ENEM. Além disso, o livro oferece seções temáticas abordando assuntos da realidade, o que enriquece a compreensão dos conceitos matemáticos.

O quinto e último livro analisado foi "Quadrante Matemática e suas Tecnologias", organizado pela Editora SM, como parte de uma coleção de seis volumes. O volume analisado aborda os temas de Sistemas Lineares e Geometria Analítica. O livro é composto por cinco capítulos, sendo o primeiro sobre Sistemas Lineares, o segundo sobre Matrizes, o terceiro sobre Determinantes, o quarto sobre Ponto e Reta, e o quinto sobre Cônicas.

O primeiro capítulo aborda Sistemas Lineares, iniciando com um problema envolvendo o preço de compra de alguns alimentos. Esse problema é utilizado para explicar o conceito de equação linear e aplicar a solução de uma equação. Para mostrar o uso de sistemas de equações lineares, o texto aborda um problema relacionado a estudantes em uma sala de aula, que mais adiante será resolvido utilizando sistema linear. O livro também apresenta a classificação de um sistema, o que serve como uma introdução para a explicação do escalonamento e solução dos sistemas.

O estudo de Matrizes é introduzido utilizando o exemplo de planilhas eletrônicas, que serve de referência para a definição de matriz. Em seguida, o livro aborda diferentes tipos de matrizes e a igualdade entre elas. São explorados tópicos como: matrizes transpostas e simétricas, operações com matrizes e matrizes inversas. O capítulo é concluído com a apresentação de matrizes associadas a um sistema linear.

Cada um dos três capítulos inclui seções temáticas. No primeiro, temos o "Método da substituição e da adição". No segundo, há duas seções, uma sobre "Pixels" e outra sobre "Criptografia". O terceiro também apresenta duas seções, uma sobre as "Consequências do teorema de Binet" e outra sobre a "Matemática do acender das luzes".

Por fim, temos o capítulo dedicado aos Determinantes, que começa com a apresentação de um fato curioso relacionado ao assunto. Esse fato é utilizado como introdução ao conceito de determinantes, que desde o início é associado a uma matriz. São abordados determinantes de matrizes de ordem um, dois e três. Além disso, são explicadas as propriedades dos determinantes e o cálculo utilizando escalonamento, bem como a relação entre determinantes e sistemas lineares. O livro contém uma quantidade significativa de exercícios resolvidos e propostos. Além disso, em algumas ocasiões, recorre à história da matemática para explicar como o assunto foi estudado e desenvolvido.

Resultados

Após essa análise, é possível destacar algumas observações relevantes sobre a aplicação da tendência História da Matemática e a abordagem dos conteúdos de Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes nos livros analisados. No que diz respeito à aplicação da tendência, observamos que nenhum dos livros está alinhado com a Tendência História da Matemática. Conforme discutido anteriormente, o uso desse recurso deve ser realizado de maneira que os estudantes aprendam os conteúdos por meio de seu contexto histórico.

No entanto, nos livros analisados, quando a história dos conteúdos é abordada, geralmente é apresentada em uma seção separada do capítulo ou apenas como um fato curioso. Essa abordagem muitas vezes passa despercebida pelos estudantes, pois não há uma ligação direta com o assunto subsequente. O livro "Prisma Matemática" chega a utilizar o título "História da Matemática" em uma de suas seções, porém o uso é feito de forma inadequada.

Outro fator a ser destacado é a sequência de abordagem dos conteúdos de Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes. Como mencionado anteriormente, historicamente, os estudos e pesquisas nessa área têm início com Sistemas Lineares, seguidos por Matrizes e, posteriormente, Determinantes. O único livro que segue essa sequência é "*Quadrante Matemática e suas Tecnologias*", enquanto os demais optam por apresentar os conteúdos de forma desvinculada da ordem histórica, seguindo a sequência que vigora há tempos no sistema

de ensino brasileiro. Vale ressaltar também que as coleções "*Multiversos Matemática*" e "*Prisma Matemática*" não abordam o tema Determinantes.

Considerações Finais

O estudo da construção histórica do conhecimento matemático oferece uma abordagem enriquecedora para o ensino e aprendizagem. Ao reconhecer as dificuldades históricas enfrentadas pelos teóricos e/ou estudiosos no desenvolvimento dos conceitos matemáticos, os(as) professores(as) podem antecipar e abordar as dificuldades semelhantes que os alunos podem enfrentar. Compreender as etapas e os obstáculos que surgiram durante a evolução dos conceitos matemáticos pode fornecer insights valiosos sobre como superar essas dificuldades e auxiliar os estudantes em sua jornada de aprendizagem.

Ao incorporar a História da Matemática como metodologia, os(as) professores(as) têm a oportunidade de despertar o interesse dos estudantes, tornar o conteúdo mais acessível e relevante, e promover uma abordagem contextualizada e significativa da disciplina. Através da análise crítica da evolução dos conceitos matemáticos, os alunos podem desenvolver habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e raciocínio lógico.

Nesse sentido, é proveitoso que os livros didáticos e materiais de ensino utilizem adequadamente as tendências em Educação Matemática, especialmente a abordagem da História da Matemática. Ao considerar o contexto histórico e as dificuldades enfrentadas pelos matemáticos ao longo do tempo, esses recursos podem auxiliar na superação do engessamento do ensino, tornando a matemática mais envolvente, prazerosa e acessível para os estudantes.

Portanto, investir na pesquisa e na prática da Educação Matemática, incorporando a História da Matemática como uma tendência relevante, é um caminho promissor para promover uma educação matemática de qualidade, despertando o interesse, a compreensão e o aprendizado efetivo dos alunos.

Referencias

Anton, Howard, and Chris Rorres. Elementary linear algebra: applications version. John Wiley & Sons, 2013.

Bonjorno, José Roberto Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

Boyer, Carl Benjamin, História da matemática: tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

CADERNOS, P. D. E. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. 2014.

Chavante, Eduardo Quadrante matemática e suas tecnologias: sistemas lineares e geometria analítica / Eduardo Chavante, Diego Prestes. -- 1. ed. -- São Paulo: Edições SM, 2020.

Conexões: matemática e suas tecnologias / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editor responsável Fabio Martins de Leonardo. -- 1. ed. -- São Paulo: Moderna, 2020.

COSTA, M. dos S.; ALLEVATO, Norma SG. Livro didático de matemática: análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. Revista Vidya, Santa Maria, v. 30, n. 2, p. 71-80, 2010.

Dalbon, E. S. da S., & Ribeiro, D. M. (n.d.). Um Mapeamento de Estudos Históricos da Matemática nos Periódicos Nacionais de Qualis A1, A2 e B1 em Ensino no Período de 2013 a 2018, 2021.

Dante, Luiz Roberto Matemática em contextos: trigonometria e sistemas lineares / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed.-- São Paulo: Ática, 2020.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

DE GASPERI, Wlasta Nadieska Hüffner; PACHECO, Edilson Roberto. A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica.

Eves, Howard Introdução à história da matemática / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

Fiorentini, Dario. "Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil." Zetetiké 3.1 (1995).

Fossa, John A. "História da Matemática Como uma Tendência em Educação Matemática."

Iezzi, Gelson, Fundamentos de matemática elementar, 4: sequências, matrizes, determinantes e sistemas / Gelson Iezzi, Samuel Hazzan. -- 8. ed. -- São Paulo: Atual, 2013.

LUCCAS, S. Abordagem histórico-filosófica na educação matemática: Apresentação de uma proposta pedagógica. 2004. 222p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - UEL, Londrina.

Meyer, Carl D. Matrix analysis and applied linear algebra. Vol. 71. Siam, 2000.

Miguel, Antônio, and Maria Ângela Miorim. História na educação matemática. Autêntica Editora, 2011. (pg. 11)

NUNES, Daniel Martins. A ABORDAGEM HISTÓRICA DOS TÓPICOS MATRIZ, DETERMINANTE E SISTEMAS LINEARES PRESENTES NOS LIVROS DIDÁTICOS.

PIOVESAN, Suceleiva Baldissera; ZANARDINI, João Batista. O ensino e aprendizagem da Matemática por meio da metodologia de resolução de problemas: algumas considerações. Artigo produzido como requisito de conclusão do Programa de Desenvolvimento Educacional–PDE, 2008.

POSSANI, Cláudio. O produto de matrizes. **Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro**, n. 21, p. 35-39, 1992.

ROMANATTO, Mauro Carlos. O livro didático: alcances e limites. Encontro paulista de matemática, v. 7, p. 1-11, 2004.

SILVA, Marco Antônio. A fetichização do livro didático no Brasil. Educação & Realidade, v. 37, p. 803-821, 2012.

SOARES, Magda Becker. Um olhar sobre o livro didático. Presença pedagógica, v. 2, n. 12, p. 53-63, 1996.

Souza, Joamir Roberto de Multiversos Matemática: Matemática financeira, gráficos e sistemas: Ensino Médio / Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

VIANA, MARGER DA CONCEIÇÃO VENTURA. "História da Matemática e Educação Matemática: uma relação estável implícita e explicitamente."

ZACHEU, Aline Aparecida Pereira; CASTRO, LL de O. Dos tempos imperiais ao PNLD: a problemática do livro didático no Brasil. JORNADA DO NÚCLEO DE ENSINO DE MARÍLIA, v. 14, p. 1-12, 2015.