



Olimpíada Regional de Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
CAMPUS FLORESTAL

IV Olimpíada Regional de Matemática (ORM)

– Avaliações, Gabaritos e Correções –

22 de Julho de 2022

Coordenador Regional da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM):

Prof. Lúcio Paccori Lima

Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática:

Prof. Mehran Sabeti

Comissão Organizadora

Ananda Ribeiro Dias

Dhavy Alexwander Lopes Dos Santos

Erlane Alves Santiago

Gabriela Nazaro Melgaço

Henrique Ribeiro Diniz

Josiane Gonçalves de Sousa

Joyce de Souza Sforzin

Júlia Letícia Gonçalves Martins

Lívia de Carvalho Faria

Luan Moisés dos Santos Valadares

Lucas Mendes Viana

Lucas Rodrigues de Sousa Alves

Matheus Dias Lopes

Paula Alves de Freitas

Vitória Augusta Dutra de Castro Soares

Warley Ribeiro de Freitas

Projeto desenvolvido pela turma da disciplina

Oficinas de Matemática

do curso de

Licenciatura em Matemática

Julho, 2022

Sumário

1	Apresentação	4
2	Avaliações do Nível 1	5
2.1	Avaliação 1º Fase	5
2.1.1	Resolução e Gabarito	10
2.2	Avaliação 2º Fase	12
2.2.1	Resolução e Gabarito	15
3	Avaliações do Nível 2	17
3.1	Avaliação 1º Fase	17
3.1.1	Resolução e Gabarito	25
3.2	Avaliação 2º Fase	27
3.2.1	Resolução e Gabarito	29
4	Avaliações do Nível 3	33
4.1	Avaliação 1º Fase	33

1 Apresentação

As Olimpíadas Regionais de Matemática constituem-se em uma iniciativa voltada para o estímulo ao estudo, à valorização e à difusão da Matemática em diferentes níveis de ensino. Seu objetivo principal é despertar nos estudantes o interesse pela disciplina, promover o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de resolução de problemas, além de identificar e incentivar novos talentos.

O evento busca integrar escolas, professores e alunos de toda a região, criando um espaço de troca de experiências e de valorização da aprendizagem matemática como ferramenta essencial para a formação acadêmica e cidadã.

Além da competição em si, as Olimpíadas proporcionam:

Momentos de socialização entre estudantes de diferentes escolas e municípios;

Reconhecimento ao esforço dos alunos e professores;

Oportunidade de formação continuada para educadores por meio de oficinas e debates;

Crescimento pessoal e acadêmico dos participantes, que desenvolvem autonomia intelectual e persistência diante de desafios.

Mais do que uma prova, as Olimpíadas Regionais de Matemática representam um movimento educacional, cultural e social que contribui para o fortalecimento do ensino de Matemática e para a construção de trajetórias de sucesso acadêmico e profissional.

Esta experiência foi das ORM/UFV_Campus Florestal, ano de 2022.

2 Avaliações do Nível 1

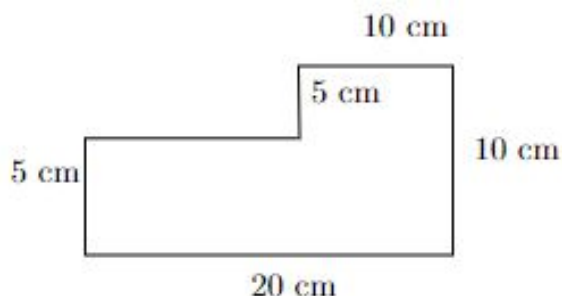
6° e 7° ano do Ensino Fundamental II

2.1 Avaliação 1° Fase

1. (OBM/2012 Modificada) Podemos afirmar que $(0, 2) + (0, 2)^2$ é igual a:

- (a) $\frac{9}{500}$
- (b) $\frac{6}{25}$
- (c) $\frac{1}{20}$
- (d) $\frac{51}{25}$
- (e) $\frac{102}{25}$

2. Um menino estava fazendo alguns recortes para um trabalho de geometria. Dentre os papéis que sobraram havia uma figura em L, como mostra a imagem abaixo. Calcule a área da figura:



- (a) 150
 - (b) 200
 - (c) 100
 - (d) 250
 - (e) 50
3. Em um jogo com 15 cartas, foram distribuídas 3 para um jogador. De quantas formas ele pode pegar as cartas?
- (a) 5000
 - (b) 3311

- (c) 2040
 - (d) 3010
 - (e) 2730
4. Alberto, Bruno e Carina foram a uma papelaria. Alberto comprou dois cadernos e três estojos e pagou 50 reais, Bruno comprou um caderno e dois estojos e pagou 28 reais. O preço dos cadernos é o mesmo, assim como todos os estojos custam o mesmo valor. Quanto Carina pagará para comprar um caderno e um estojo?
- (a) R\$20,00
 - (b) R\$21,00
 - (c) R\$22,00
 - (d) R\$23,00
 - (e) R\$24,00
5. (OBMEP/2015 Modificada) Uma pizzaria está com a seguinte promoção: na compra de 5 pizzas ganhe uma grátis. O valor da pizza é 43 reais e possui 8 pedaços. Um grupo de 20 amigos foram a esta pizzaria e cada um deles comeu pelo menos 5 pedaços. Sabendo que eles pagaram o mínimo possível, quanto eles gastaram?
- (a) R\$430,00
 - (b) R\$473,00
 - (c) R\$490,00
 - (d) R\$516,00
 - (e) R\$559,00
6. Após o nascimento de um cachorro, um veterinário mede a massa do filhote e verifica ser de 2 quilogramas. Passados 4 meses, o veterinário verifica que a medida da massa do cachorro é duplicada em relação à massa inicial. Quando o cachorro completa 12 meses, a massa duplica novamente em comparação à última medição. A medida da massa do cachorro na última vez que foi ao veterinário, em quilogramas, pode ser expressa por:
- (a) $2 + 2 + 2$
 - (b) $2 + 2 \cdot 2$
 - (c) $2 \cdot 2$
 - (d) 2^2
 - (e) 2^3

7. (Toda Matéria/Modificada) João e Pedro são dois motoristas de ônibus que saem de diferentes lugares. Logo no início do dia, às 6h, eles combinaram de tomar um lanche no terminal na próxima vez que se encontrarem. Acontece, que a viagem de João é mais longa e ele está no terminal periodicamente a cada 1h, enquanto Pedro, está no terminal a cada 50 minutos. A partir das 6h, os colegas poderão tomar o lanche às:

- (a) 5h
- (b) 6h
- (c) 10h
- (d) 11h
- (e) 16h

8. Rafael, Marcus, Igor e Guilherme estavam brincando de bola, até que a bola acertou o vaso de flor da Clara, mãe de Rafael. Clara ao ouvir o barulho do vaso quebrando, rapidamente foi até os meninos e perguntou qual deles havia quebrado o vaso e cada um respondeu:

- Rafael: quem quebrou o vaso não foi o Guilherme;
- Marcus: não foi o Igor quem quebrou o vaso;
- Igor: Quem quebrou o vaso fui eu;
- Guilherme: O Marcus está mentindo.

Sabendo que apenas um deles quebrou o vaso de flor e que apenas um deles está mentindo, quem quebrou o vaso de flor e quem está mentindo, respectivamente?

- (a) Igor e Marcus;
- (b) Igor e Guilherme;
- (c) Guilherme e Rafael;
- (d) Marcus e Igor;
- (e) Guilherme e Igor.

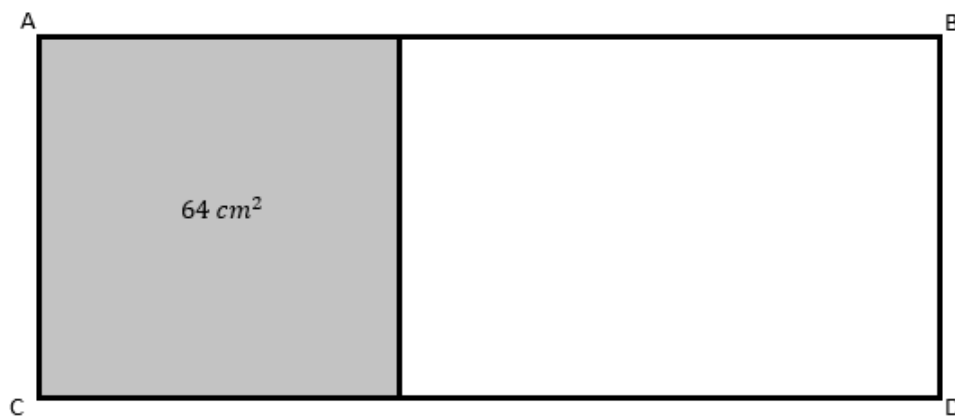
9. (Canguru/2016 Modificada) Luana soma sete números e obtém 2022. Ela troca a parcela 202 dessa adição pelo número 103. Qual é a nova soma que ela obtém?

- (a) 1820
- (b) 1919
- (c) 1923
- (d) 2141
- (e) 2125

10. Três amigos, Joyce, Nathalia e Rodrigo decidiram realizar uma festa para comemorar seus aniversários juntos. Para isso, combinaram de separar igualmente o valor das despesas. A conta do supermercado ficou no valor de R\$248,45. Inicialmente eles pediram um Uber para ir ao local da festa no valor de R\$35,89 e depois, outro Uber para retornarem para casa no valor de R\$12,60. Qual o valor aproximado que a Nathalia teve que pagar?
- (a) R\$98,98
 - (b) R\$296,94
 - (c) R\$82,82
 - (d) R\$48,49
 - (e) R\$16,16
11. (ENEM/2018 Modificada) Um prédio tem seus andares numerados começando do térreo, primeiro, segundo, terceiro e assim sucessivamente até o último andar. Uma criança entrou no elevador e tocando o painel, seguiu uma sequência de andares, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde a criança entrou, o elevador subiu 10 andares, em seguida desceu 7, desceu mais 5, subiu 9, desceu mais 4 andares e parou do sétimo andar, finalizando a sequência. Considerando que no trajeto a criança tenha passado uma única vez pelo último andar, em qual andar a criança iniciou seu trajeto e qual a numeração do último andar do prédio, respectivamente?
- (a) 4° andar e 11°
 - (b) 11° andar e 4°
 - (c) 4° andar e 15°
 - (d) 14° andar e 4°
 - (e) 4° andar e 14°
12. (ENEM/2021 Modificada) Para realizar uma viagem entre duas cidades que distam 2.000 km uma da outra, uma companhia de ônibus utilizava um tipo de ônibus, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando um desses ônibus está lotado de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de ônibus utilizado por um novo modelo, capaz de transportar 15% de passageiros a mais do que o modelo antigo, mas consumindo 20% menos combustível por quilômetro e por passageiro. A quantidade de combustível consumida pelo novo modelo de Ônibus, em relação ao modelo antigo, em uma viagem lotada entre às duas cidades, é:
- (a) Igual
 - (b) 1% menor
 - (c) 1% maior
 - (d) 8% menor

(e) 8% maior

13. A região cinza na figura abaixo é um quadrado de área 64cm^2 . A área do quadrado corresponde a $\frac{4}{9}$ da área do retângulo $ABCD$, onde o quadrado está inserido. Qual é o perímetro desse retângulo?



- (a) 44 cm
 (b) 36 cm
 (c) 52 cm
 (d) 96 cm
 (e) 64 cm
14. A casa onde João mora foi representada como mostra a figura abaixo. Sabendo que o quarto e o banheiro são quadrados, qual é a área da cozinha?



- (a) 33m^2
 (b) 24m^2
 (c) 49m^2
 (d) 42m^2
 (e) 54m^2

15. Um grupo de cinco amigos estavam discutindo sobre o dia que seria a Feira de Ciências na escola e não conseguiram chegar em um acordo.

- Matheus diz que será em outubro, dia 18, quarta-feira.
- Luana diz que será em outubro, dia 18, quinta-feira.
- Adriana diz que será em novembro, dia 19, quinta-feira.
- João diz que será em outubro, dia 19, quarta-feira.
- Ana diz que será em novembro, dia 19, quarta-feira.

Somente um deles está totalmente certo. Os outros acertaram somente uma ou duas das informações, mas ninguém estava totalmente errado. Quem está totalmente certo?

- (a) Matheus
- (b) Luana
- (c) Adriana
- (d) João
- (e) Ana

2.1.1 Resolução e Gabarito

1. **Solução (letra b):** Transformar em fração $\frac{2}{10} + \frac{4}{100}$. Fazendo o MMC temos $\frac{20}{100} + \frac{4}{100}$. Somando e simplificando temos $\frac{6}{25}$.
2. **Solução (letra a):** Sendo a área original do papel $10 * 20 = 200cm^2$, a área cortada é $5 * 10 = 50cm^2$. Logo a área total menos a retirada 150.
3. **Solução (letra e):** A primeira carta tem 15 possibilidades, a segunda retirada tem 14, pois uma já foi retirada. Seguindo o mesmo raciocínio a terceira tem 13 possibilidades. Seguindo a regra temos $15 \times 14 \times 13 = 2730$ possibilidades.
4. **Solução (letra c):** Seja c o preço do caderno e e o preço do estojo. Note que Alberto gastou 50 reais o que corresponde a $2c+3e$, ou seja, $2c+3e = 50$. Da mesma forma, Bruno pagou 28 reais, logo $c+2e = 28$. Fazendo a subtração da primeira equação pela segunda equação temos: $2c + 3e - (c + 2e) = 50 - 28$, o que implica que, $c + e = 22$. Logo Carina irá pagar 22 reais na compra de um caderno e um estojo.
5. **Solução (letra c):** Cada pessoa comeu 5 pedaços no total sera 100 pedaços. Cada pizza tem 8 pedaços então 100 dividido por 8 ira dar 12,5 como não pode comprar meia pizza em tao no total 13 e sabendo que comprando 11 ganhão 2 pizza então eles gastarão $11 * 43 = 473$
6. **Solução (letra e):** 2^3 .

7. **Solução (letra d):** Transformar 1 hora em 60 minutos e fazendo $mmc(60, 50) = 300$ minutos. Transformando em 5 horas, considerando que eles saem às 6h então $6 + 5 = 11$.
8. **Solução:**
9. **Solução: (letra c)** Luana somou os números e obteve 2022. Então, subtraiu 202, ou seja, fez $2022 - 202 = 1820$ e, na sequência, somou 103, obtendo $1820 + 103 = 1923$.
10. **Solução: (letra c)** $248,45 + 12,60 + 35,89 = 296,94$, $296,94/3 = 98,98$
11. **Solução (letra e):** Sendo X o andar que a criança iniciou seu trajeto temos: $X + 10 - 7 - 5 + 9 - 4 = 7$
 $X = 4$, iniciou no 4º andar.
 $4+10=14$, esse foi o andar mais alto que a criança subiu, portanto, o último andar do prédio.
12. **Solução (letra e):**
Ônibus antigo: $2.000 \cdot 200 \cdot 0,02 = 8.000L$
Ônibus novo: $200 \cdot 1,15 = 230$ passageiros
 $0,02 \cdot 0,8 = 0,016$ Litros por passageiro por km.
 $2000 \cdot 230 \cdot 0,016 = 7.360L$
13. **Solução (Letra c):** Como a área de um quadrado de lado a é a^2 e o quadrado cinza tem área 64 cm^2 , segue que seu lado mede 8 cm. Sendo assim, temos:

$$\frac{4}{9} \text{ área} \rightarrow 64 \text{ cm}^2$$

$$\frac{1}{9} \text{ área} \rightarrow 64 \div 4 = 16 \text{ cm}^2$$

$$\frac{9}{9} \text{ área} \rightarrow 16 \times 9 = 144 \text{ cm}^2$$

Logo, o retângulo possui 144 cm^2 de área e sua largura AC mede 8 cm. O comprimento CD do retângulo é igual a

$$8 \times CD = 144$$

$$CD = 144 \div 8 = 18$$

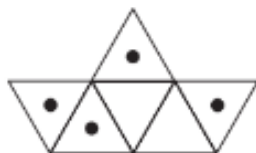
Assim, o perímetro do retângulo é $2x(8 + 18) = 52 \text{ cm}$.

14. **Solução (letra a):** Temos o Quarto um quadrado de lado 6 pois $\sqrt{36} = 6$ e a sala tem um lado 6 pois divide com quarto logo a parte de baixo da sala tem lado 8 assim a área da cozinha será $(8 + 6 - 3) \cdot 3 = 33 \text{ m}^2$
15. **Solução (letra d):** Se Matheus estiver certo, então Adriana não acerta nenhuma das informações. Logo não é Matheus que está certo, nem Adriana (pelo mesmo motivo). Se Luana estiver certa, Ana não acertaria nenhuma informação. Logo nem Luana, nem Ana estão certas. Logo, João é quem está totalmente certo.

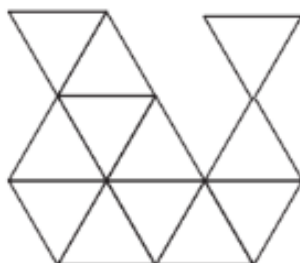
Nome	mês	Dia do mês	Dia da semana
Matheus	Outubro	18	Quarta
Luana	Outubro	18	Quinta
Adriana	Novembro	19	Quinta
João	Outubro	19	Quinta
Ana	Novembro	19	Quarta

2.2 Avaliação 2º Fase

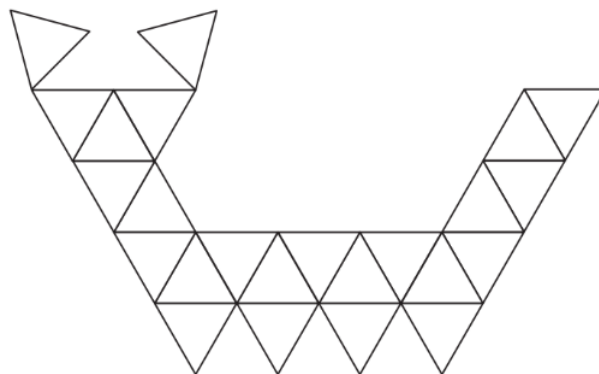
1. (**Valor: 10 pontos** / OBMEP 2008 - MODIFICADA) Maria estava brincando de montar diferentes figuras utilizando triângulos e após montar, ela marcava alguns desses triângulos. Sabendo que todas as figuras montadas por Maria são constituídas por triângulos iguais, observe como ela marcou $\frac{2}{3}$ dos triângulos da figura abaixo:



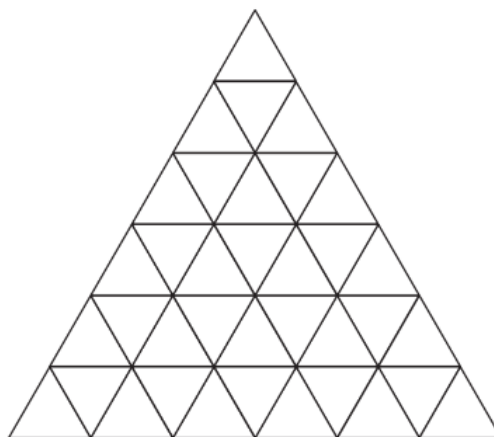
- (a) (**2 pontos**) Agora, ajude Maria a marcar $\frac{3}{4}$ dos triângulos da figura abaixo. Quantos triângulos você marcou?



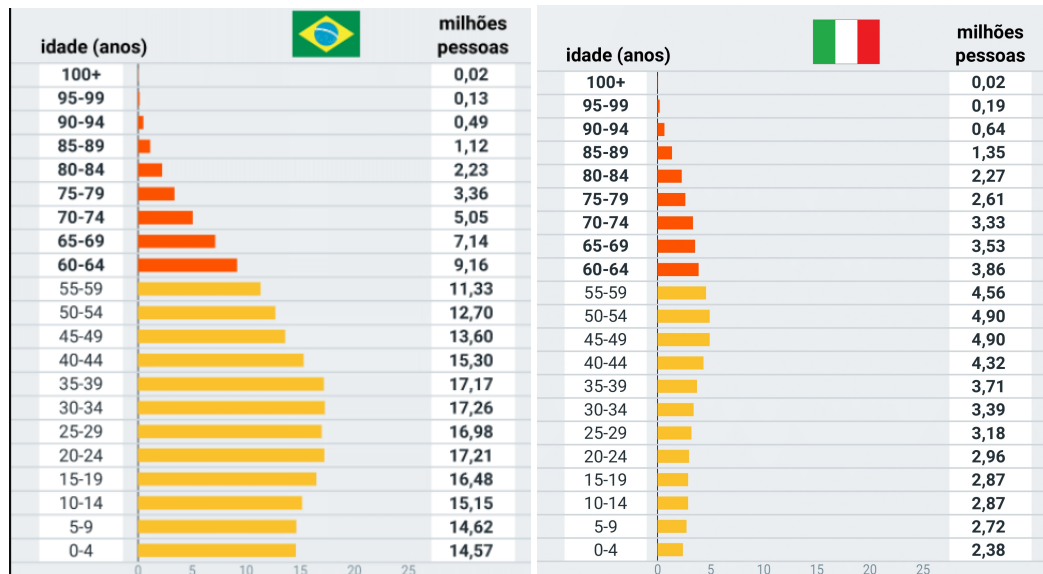
- (b) (**3 pontos**) E se Maria quiser marcar menos que $\frac{1}{3}$ e mais que $\frac{1}{4}$ de triângulos da nova figura exibida abaixo. Quantos triângulos ela deverá marcar?



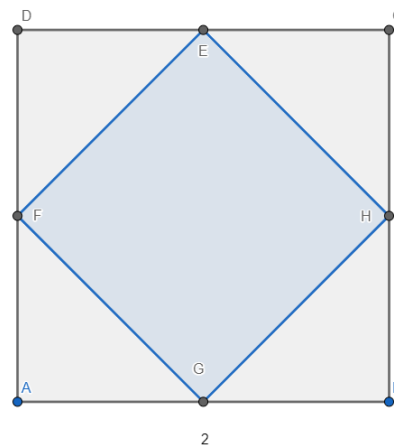
- (c) **(5 pontos)** Após Lúcia entrar na brincadeira, ela e sua amiga Maria construíram juntas uma nova figura. Lúcia resolveu marcar $\frac{3}{4}$ dos triângulos e Maria marcou $\frac{7}{12}$ dos triângulos da mesma figura. Em suas marcações, elas precisaram marcar os mesmos triângulos? Se sim, quantos triângulos, no mínimo, foram marcados pelas duas?



2. **(Valor: 10 pontos)** O infográfico abaixo mostra que o Brasil tem, proporcionalmente, menos idosos (60 anos ou mais) do que países que lideram a lista de casos registrados de covid-19. Apesar disso, são 28,7 milhões de brasileiros nessa faixa etária, contra 17,8 milhões de italianos, por exemplo. Ou seja: há no Brasil vasta população em idade de maior risco para a doença.



- (a) **(4 pontos)** De acordo com a quantidade de idosos, qual é o seu valor percentual referente a toda população brasileira? (Dica: Use o inteiro mais próximo como aproximação.)
- (b) **(6 pontos)** Quanto é o valor dessa população com idade menor que 19 anos, em milhões, e qual o seu valor percentual referente a toda população brasileira? (Dica: Use o inteiro mais próximo como aproximação do valor percentual.)
3. **(Valor: 10 pontos)** Elon Lages Lima foi um matemático, pesquisador e professor universitário brasileiro. Ele estava escrevendo um livro com várias ideias de propriedades matemáticas. Neste livro, observando as potências, ele descobriu uma coisa muito importante sobre potências de 9 e 5. Sendo assim, que ideia ele teria para achar a soma das unidades de 9^{2022} e 5^{2022} ?
4. **(Valor: 10 pontos)** Dado o quadrado $ABCD$ de lado 2 e E, F, G e H os pontos médios de \overline{DC} , \overline{DA} , \overline{AB} e \overline{BC} , respectivamente. Determine:



- (a) **(6 pontos)** O perímetro da figura $EFGH$.

(b) (4 pontos) A área da figura $EFGH$.

5. (Valor: 10 pontos / OBMEP 2011 - MODIFICADA) Ana inventou uma brincadeira que consistia em pegar números aleatórios de dois ou mais algarismos. Ao escolher um número, Ana soma seus algarismos e caso o resultado obtido seja um outro número de dois ou mais algarismos, ela multiplica seus algarismos e assim sucessivamente até encontrar um número com apenas um algarismo. Esse número é chamado por Ana de “*número solução*”. Por exemplo, o *número solução* de 827 é 7, pois $8 + 2 + 7 = 17 \Rightarrow 1 \times 7 = 7$. Da mesma forma que o *número solução* 795.492 é 8, pois $7 + 9 + 5 + 4 + 9 + 2 = 36 \Rightarrow 3 \times 6 = 18 \Rightarrow 1 \times 8 = 8$.

(a) (3 pontos) Qual o número solução de 6.250.841?

(b) (7 pontos) Quais são os números de dois algarismos cujo número solução é 3?

2.2.1 Resolução e Gabarito

1. (a) $\frac{3}{4}$ de 12 = $\frac{3}{4} \times 12 = 9$ triângulos.
(b) Ao todo são 24 triângulos.
 $\frac{1}{3} \times 24 = 8$ triângulos.
 $\frac{1}{4} \times 24 = 6$ triângulos.
Ela deverá marcar 7 triângulos.
(c) Há um total de 36 triângulos.
 $\frac{3}{4} \times 36 = 27$ triângulos.
 $\frac{7}{12} \times 36 = 21$ triângulos.
Mas, $27 + 21 = 48$ triângulos.
Então elas precisaram marcar, no mínimo, $48 - 36 = 12$ triângulos iguais.
2. (a) População de 211 milhões; 28,7 são idosos.

$$211 \longrightarrow 100\%$$

$$28,7 \longrightarrow x$$

$$x = 13,6\% \longrightarrow 14\% \text{aproximadamente}$$

(b) População menor de 19 anos = 60,82 milhões.

$$211 \longrightarrow 100\%$$

$$60,82 \longrightarrow x$$

$$x = 28,82\% \longrightarrow 29\% \text{aproximadamente}$$

3. Potências de 9: $9^1 = 9$; $9^2 = 81$; $9^3 = 729$...
Potências de 5: $5^1 = 5$; $5^2 = 25$; $5^3 = 125$...

Observando as unidades dos casos das potências de 9 temos que quando for expoente ímpar será 9 e se for expoente par será 1.

Observando as unidades dos casos das potências de 5 temos que será sempre 5.

Como o expoente do 9 é par então a unidade é 1 e como a unidade das potências de 5 sempre será 5 então a soma será $5 + 1 = 6$.

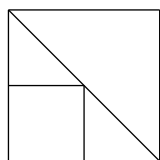
4. (a) Note que a área do quadrado maior é 4 visto que o lado do quadrado é 2.
Note também que existem 4 triângulos retângulos congruentes AGF , BGH , $CH E$ e DEF . Como E, H, G e F são pontos médios dos seus respectivos segmentos, segue que a área dos triângulos é $\frac{1}{2}$.
Logo a figura EFGH é um quadrado que possui a área igual à área do quadrado maior menos a área dos quatro triângulos. Assim, a área da figura EFGH é dada por $4 - 4 \cdot (\frac{1}{2}) = 2$.
- (b) O lado do quadrado é $\sqrt{2}$;
e seu perímetro é $4\sqrt{2}$.
5. (a) $6 + 2 + 5 + 0 + 8 + 4 + 1 = 26$
 $2 \times 6 = 12$
 $1 \times 2 = 2$
- (b) $3 = 3 \times 1 \Rightarrow 31$ não tem nenhum número de 2 algarismos que a soma seja 31.
 $3 = 1 \times 3 \Rightarrow 13 = 4 + 9 \Rightarrow 49$
 $13 = 5 + 8 \Rightarrow 58$
 $13 = 6 + 7 \Rightarrow 67$

3 Avaliações do Nível 2

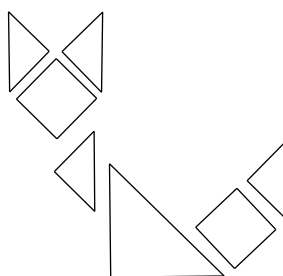
8º e 9º ano do Ensino Fundamental II

3.1 Avaliação 1º Fase

1. (CANGURO DA MATEMÁTICA (2014) – MODIFICADO) Renê possui várias peças quadradas, todas de área 8. Ele recortou todas as suas peças em quadrados e triângulos retângulos como na figura 1. Com algumas dessas peças ele montou um “gato” como na figura 2. Sabendo disso, qual é a área do “gato”?



(a) Figura 1



(b) Figura 2

- (a) 10
(b) 10,5
(c) 11
(d) 11,5
(e) 12
2. Um instituto de pesquisa quis realizar um estudo para ver se a altura dos jogadores interferia na distância percorrida durante uma partida de futebol. Para isso, foi analisada a primeira partida do Brasil na copa de 2022 no Catar contra a Sérvia. Tirando o goleiro, a média dos outros 10 jogadores titulares é 1,802m. No meio do jogo, o técnico Tite fez uma substituição tirando um jogador de linha que mede 1,63m para entrar no lugar outro de 1,91m. Qual a nova média de altura do time?
- (a) 1,81m
(b) 1,82m
(c) 1,83m
(d) 1,84m
(e) 1,85m
3. Qual das alternativas descreve a ordem correta dos seguintes números: 2^{30} , 3^{20} , 5^{10} ?

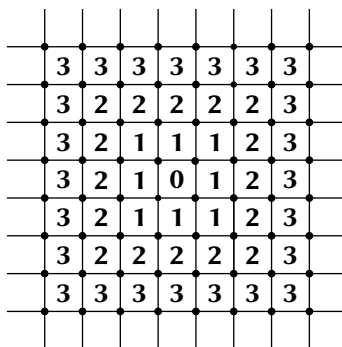
- (a) $2^{30} > 3^{20} > 5^{10}$
(b) $2^{30} > 5^{10} > 3^{20}$
(c) $5^{10} > 2^{30} > 3^{20}$
(d) $3^{20} > 5^{10} > 2^{30}$
(e) $3^{20} > 2^{30} > 5^{10}$
4. (OBMEP-2015,N2.MODIFICADA) Júlio Cesar de Mello e Souza nasceu no Rio de Janeiro no dia 6 de maio de 1895. Passou sua infância na cidade de Queluz, às margens do Rio Paraíba, junto à divisa com o Estado do Rio de Janeiro, em São Paulo. Teve oito irmãos.
- Formou-se professor pela Escola Normal e depois engenheiro pela Escola Nacional de Engenharia. Criou a mistificação literária que chamou Malba Tahan, através da qual publicou inúmeras obras entre as quais o célebre “O homem que calculava”. Assinando como Malba Tahan ou como Prof. Mello e Souza, escreveu diversos livros de didática e ensino de Matemática.
- Júlio Cesar faleceu em Recife, no dia 18 de Junho de 1974, aos 79 anos. Em 2013, o Governo do Brasil instituiu, em sua homenagem, o Dia Nacional da Matemática, na data de seu nascimento.

Fonte: <https://www.malbatahan.com.br/biografias/julio-resumo/>

Considerando a data do nascimento de Júlio Cesar, 06/05/1895, se fosse feito uma lista de todos os números de dois algarismos usando somente os algarismos que aparecem na data (0,1,5,6,8,9), por exemplo, os números 10 e 11 estão na lista, mas 06 e 05 não, quantos números diferentes haveria nesta lista?

- (a) 30
(b) 36
(c) 34
(d) 28
(e) 25

5. (OBMEP-2015,MODIFICADA) Na malha quadriculada a casa central recebe o número 0 e as casas em volta recebem o número 1. Em seguida, as casas em volta dos números 1's, recebem o número 2, e assim sucessivamente. Quantas casas recebem o número 57? (recomendamos o leitor continuar a figura somente com o número 4).



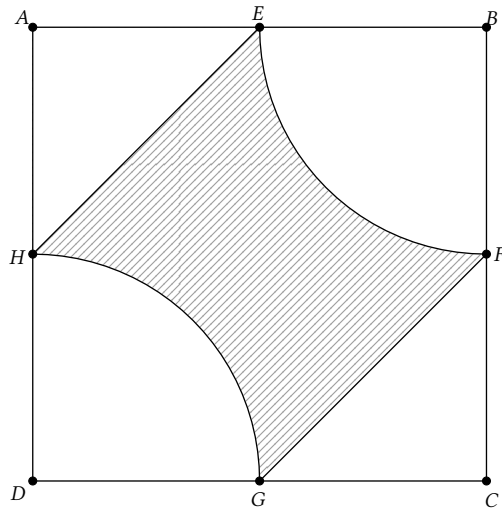
- (a) 432
 (b) 440
 (c) 448
 (d) 456
 (e) 464
6. (XXII-ORM,SC,N2,MODIFICADA) Seja a expressão matemática abaixo:

$$(2022 \times 123456789) - (2021 \times 12345) = n$$

Qual o resto da divisão de n por 5?

- (a) 0
 (b) 1
 (c) 2
 (d) 3
 (e) 4

7. Manfredo estava fazendo a bandeira do time da sua sala para o torneio de interclasse e resolveu utilizar seus conhecimentos geométricos. A sua ideia foi utilizar um quadrado e marcar seus pontos médios E , F , G e H como na figura a seguir. Além disso, traçou os segmentos determinados pelos pontos E e H e pelos pontos F e G , onde \overline{EH} mede $\sqrt{32}$ centímetros. Já os pontos E e F e os pontos G e H foram ligados por arcos de circunferências centradas em B e D respectivamente. E por fim, preencheu a figura formada dentro do quadrado. Qual a área da figura?



- (a) $6(8 - \pi)cm^2$
 (b) $8(6 - \pi)cm^2$
 (c) $16(3 - \pi)cm^2$
 (d) $8(8 - \pi)cm^2$
 (e) $6(6 - 8\pi)cm^2$
8. Arthur estava ansioso para chegar o natal. Seus pais haviam prometido que comprariam um PlayStation 5 e o jogo que Arthur queria muito jogar, que é Horizon: Forbidden West que custava $\frac{1}{15}$ do preço do vídeo game. A forma de pagamento foi à vista dando a eles um total de 12% de desconto no total da compra. O desconto foi de R\$576,00. Qual o preço do PS5 e do jogo, respectivamente?
- (a) R\$4000,00 e R\$350,00
 (b) R\$4000,00 e R\$300,00
 (c) R\$4500,00 e R\$576,00
 (d) R\$4500,00 e R\$350,00
 (e) R\$4500,00 e R\$300,00
9. (ENEM,2009,MODIFICADA) A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.








Semibreve		1
Mínima		$\frac{1}{2}$
Seminima		$\frac{1}{4}$
Colcheia		$\frac{1}{8}$
Semicolcheia		$\frac{1}{16}$
Fusa		$\frac{1}{32}$
Semifusa		$\frac{1}{64}$

Figura 3.1: Valor das notas musicais (Foto: Reprodução/ENEM)

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso.

Por exemplo, se a fórmula de um compasso for $\frac{1}{2}$, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de quarenta e oito compassos, cuja fórmula é $\frac{1}{4}$, poderia ser preenchido como:

- (a) 03 semínimas.
- (b) 16 colcheias e 20 mínimas.
- (c) 24 fusas.
- (d) 08 semínimas.
- (e) 14 semínimas e 28 semicolcheias.

10. Pitágoras foi trazidos aos tempos atuais de uma forma desconhecida. Ao pousar no ano atual, ele teve que percorrer 60km para chegar na cidade mais próxima. Como não tinha um gps por não estar familiarizado com tal tecnologia, decidiu usar um mapa. Ele percebeu que a viagem seria de 21 centímetros no mapa. Se ele começar sua caminhada e percorrer 850 metros fisicamente, quantos centímetros ele terá percorrido no mapa?
- (a) 0,2975 cm
 - (b) 2,975 cm
 - (c) 29,75 cm
 - (d) 297,5 cm
 - (e) 2975 cm
11. (Cefet,2018,MODIFICADA) Évariste Galois (25 de Outubro de 1811 - 31 de Maio de 1832) era um francês matemático e ativista político. Ainda na adolescência, ele foi capaz de determinar uma condição necessária e suficiente para que um polinômio pudesse ser resolvido por radicais, resolvendo assim um problema existente por 350 anos. Seu trabalho lançou as bases para a teoria de Galois e a teoria dos grupos, dois ramos principais da álgebra abstrata e o subcampo da Conexões de Galois. Ele morreu aos 20 anos de ferimentos sofridos em um duelo.
- Sabendo que Galois nasceu numa sexta feira e viveu “apenas”7529 dias, o dia da semana em que ele morreu foi na?
- (a) Segunda-Feira
 - (b) Terça-Feira
 - (c) Quarta-Feira
 - (d) Quinta-Feira
 - (e) Sexta-Feira

12. Em O Senhor dos Anéis, para se defender do ataque iminente de Sauron à Minas Tirith, capital de Gondor, o regente Denethor comandava um exército composto de 1500 cavaleiros, 400 arqueiros e 700 lanceiros. Para se defender do exército inimigo, Denethor dividiu seus soldados em formações ou “grupos”, de modo que cada formação fosse constituída de um mesmo número e maior número de soldados possíveis, sendo assim os soldados foram redistribuídos em:

- (a) 20 formações de 130 soldados
- (b) 25 formações de 104 soldados
- (c) 26 formações de 100 soldados
- (d) 40 formações de 65 soldados
- (e) 50 formações de 52 soldados

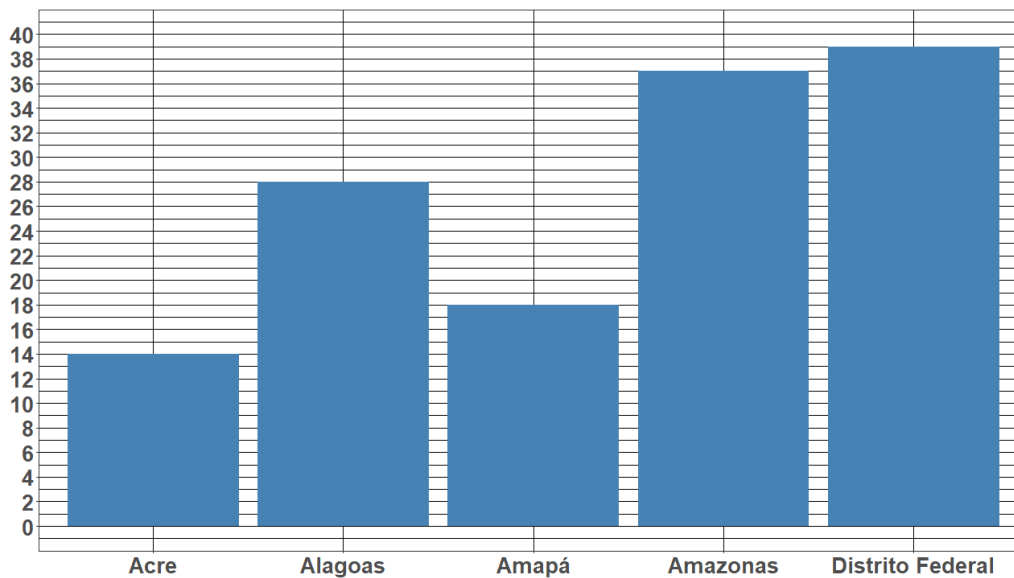
13. Diofanto era um jovem curioso e tendo isso em mente seu avô lhe propôs um desafio matemático para que ele descobrisse há quanto tempo uma árvore que tinha em seu quintal havia sido plantada.

Para isso lhe deu algumas dicas, a árvore atingira um metro de altura quando já tinha se passado sexta parte desde quando a mesma foi plantada, suas primeiras flores desabrocharam após doze avos de anos após a sua plantação. Entretanto sem nenhuma colheita, o que ocorreu ao se passar sétima parte de sua existência, passou-se cinco anos quando ela viu Diofanto nascer, e após isso sua primeira colheita foi feita quando tinha se passado metade dos anos que a mesma tinha sido plantada ali. Contudo até aquele momento tinha se passado mais quatro anos de várias colheitas.

Quanto tempo a árvore foi plantada?

- (a) 82
- (b) 84
- (c) 86
- (d) 88
- (e) 90

14. O gráfico abaixo foi construído a partir dos dados do Atlas da Violência de 2021, em que representa o número de mortes violentas por causa indeterminada no ano de 2019. Qual estado representa 13,24% do total do gráfico abaixo?



- (a) Distrito Federal
(b) Acre
(c) Alagoas
(d) Amapá
(e) Amazonas
15. Em uma sala de aplicação das provas da Olimpíada Regional de Matemática, da Universidade Federal de Viçosa, o aplicador fez a seguinte afirmação:

PELO MENOS 4 ESTUDANTES TÊM A PRIMEIRA LETRA DO NOME IGUAL

Qual é o menor número de alunos que devem ter na sala, para que tenhamos certeza que a afirmação seja verdadeira?

- (a) 105 alunos
(b) 104 alunos
(c) 79 alunos
(d) 78 alunos
(e) 26 alunos

3.1.1 Resolução e Gabarito

1. **Solução (letra e):** Cada quadrado tem área 8, logo a soma das áreas das peças obtidas cortando o quadrado também tem área 8. Conforme a figura (a), temos 1 quadrado pequeno e 3 triângulos, sendo 2 pequenos e 1 grande. Note que o triângulo maior é obtido cortando o quadrado ao meio, portanto tem área 4 o que faz com que a soma das áreas das outras peças tenham área 4 também.

Note que a figura que compõe o gato é formado por 2 quadrados pequenos 4 triângulos pequenos e 1 triângulo grande. Perceba que com 1 quadrado pequeno 2 triângulos pequenos e 1 triângulo grande conseguimos formar o quadrado inicial cuja área é 8. Juntando essas peças sobram ainda 1 quadrado pequeno e 2 triângulos pequenos cuja soma das áreas é 4. Concluímos portanto a soma das áreas das figuras que compõe o gato é $8 + 4 = 12$.

2. **Solução (letra c):** A questão se resume em notar que a soma das alturas é $1,802 \cdot 10$, após isso, o aluno deverá retirar da soma total, a altura do primeiro jogador que saiu e acrescentar a altura do jogador que tomou seu lugar, assim a nova média será: Nova média

$$= \frac{18,02 - 1,63 + 1,91}{10} = 1,83$$

3. **Solução (letra e):** Basta reescrever as potências usando as propriedades: $2^{30} = (2^3)^{10}$. O mesmo pode ser feito com $3^{20} = (3^2)^{10}$ e $5^{10} = (5^1)^{10}$. Resolvendo as potências de dentro do parênteses temos: 8^{10} , 9^{10} e 5^{10} . Agora, como todas as potências agora possuem o expoente conseguimos compará-las e, portanto a resposta é $3^{20} > 2^{30} > 5^{10}$
4. **Solução (letra a):** Como a lista é composta por números de dois algarismos temos que na primeira posição podemos usar cinco opções, uma vez que o zero não entra na primeira posição. Na segunda temos seis opções, logo basta multiplicar $5 \cdot 6 = 30$.
5. **Solução (letra d):** Basta observar que 8 casas recebem o número 1, 16 casas recebem o número 2, 24 casas recebem o número 3, 32 casas recebem o número 4 e assim sucessivamente. Ou seja, $8 \cdot 57 = 456$ casas receberam o número 57.
6. **Solução (letra d):** Podemos notar que necessitamos apenas da casa das unidades para observar o critério de divisibilidade por 5, ou seja, na primeira parte da equação, podemos observar que nesta multiplicação, o algarismo das unidades é 8 pois $9 \cdot 2 = 18$, e na segunda parte da equação, o algarismo é 5 pois $1 \cdot 5 = 5$. Logo, a diferença desses algarismos é 3, deixando então resto 3 na divisão por 5.
7. **Solução (letra b):** Primeiro passo é descobrir \overline{AE} , pois assim teremos a metade do lado do quadrado e, para isso basta aplicar o Teorema de Pitágoras. Sabendo que $\overline{AH} = \overline{AE}$ temos que $2\overline{AE}^2 = 32$ ou seja $\overline{AE} = 4$.
O segundo passo, é notar que área sombreada é a área do quadrado menos 2 triângulos de base e altura 4, menos 2 quartos de circunferências de raio 4. Então

$$\text{Área} = 8^2 - 2\left(\frac{4 \cdot 4}{2}\right) - \frac{2}{4}(\pi \cdot 4^2) = 48 - 8\pi = 8(6 - \pi) \text{ cm}^2$$

8. **Solução (letra e):** Sendo x o valor do videogame temos: $\frac{12}{100} \left(x + \frac{1}{15}x \right) = 576$. Isso resultará que $x = 4500$ e consequentemente o valor do jogo é 300 reais.

9. **Solução (letra b):** Cada um dos 48 compassos tem fórmula $\frac{1}{4}$.

A duração total do trecho musical é $48 \cdot \frac{1}{4}$, ou seja, 12.

A duração de 16 colcheias é $2 = 16 \cdot \frac{1}{8}$

A duração de 20 mínimas é $10 = 20 \cdot \frac{1}{2}$

Logo, o trecho musical descrito poderia ser preenchido com 16 colcheias e 20 mínimas.

10. **Solução (letra a):** Essa questão é uma simples regra de 3, na qual antes de ser utilizada devemos transformar 60km em metros, ou seja, teremos: $21 \cdot 850 = 60000 \cdot x$. Então a distância percorrida no mapa é de 0,2975cm.

11. **Solução (letra b):** Basta tomarmos o número 7529 e dividir por sete, que é a quantidade de dias da semana. Ao fazermos isso chegamos ao número 1075,57142857. Utilizando a parte inteira do número, 1075 multiplicamos por sete e chegamos no resultado 7525. Agora, é necessário apenas subtrairmos $7529 - 7525 = 4$. Portanto, basta contar se ele nasceu na sexta mais quatro dias chegamos que ele morreu na terça.

12. **Solução (letra c):** O exército é composto por 1500 cavaleiros, 400 arqueiros e 700 lanceiros. Temos que dividir essas três quantidades em grupos de modo que cada formação tenham o mesmo número de soldados e que seja o maior número possível. Então, o que temos que achar é o MDC (1500,400,700):

$$1500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$$

$$400 = 2^4 \cdot 5^2$$

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

(podemos observar que os termos semelhantes entre os dois números é) $2^2 \times 5^2 = \boxed{100}$ soldados. Então, cada formação terá 100 soldados.

$$1500/100 = 15 \text{ formações de 100 cavaleiros}$$

$$400/100 = 4 \text{ formações de 100 arqueiros}$$

$$700/100 = 7 \text{ formações de 100 lanceiros. Logo, total de formações é } 15 + 4 + 7 = 26.$$

Alternativamente: No total existe $1500 + 400 + 700 = 2600$ soldados. Portanto o número de formações com 100 soldados cada é $2600/100 = 26$

13. **Solução (letra b):** Basta somar as informações dadas:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

Temos que o mmc de 6, 12, 7, 1, 2 é 84, portanto basta multiplicar toda a expressão por 84 e ficamos com:

$$\frac{x}{6} \cdot 84 + \frac{x}{12} \cdot 84 + \frac{x}{7} \cdot 84 + 5 \cdot 84 + \frac{x}{2} \cdot 84 + 4 \cdot 84 = x \cdot 84 \Rightarrow$$

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x \Rightarrow 75x + 756 = 84x \Rightarrow$$

$$75x - 84x = -756 \Rightarrow -9x = -756 \Rightarrow x = \frac{-756}{-9} \Rightarrow x = 84$$

14. **Solução (letra d):** O número total de observações é 136. Dividindo a quantidade de cada estado pelo total e multiplicando por 100 para saber qual representa 13,24% encontraremos a resposta correta, no caso o Amapá.
15. **Solução (letra c):** O alfabeto possui 26 letras, logo pensando na pior das hipóteses teríamos 26 alunos com a letra do nome diferente mais 26 alunos com a letra diferente. Daí obrigatoriamente vamos ter pelo menos 2 alunos com a primeira letra do nome igual, somando mais 26 alunos com a letra do nome diferente vamos ter pelo menos 3 alunos com a mesma letra do nome igual. Logo somando mais um aluno vamos ter 4 alunos com a mesma letra inicial. Portanto $26 + 26 + 26 + 1 = 79$.

3.2 Avaliação 2º Fase

1. (**Valor: 10 pontos** / Instagram Modificada) Leonardo estava tentando manipular novas sequências numéricas, e se deparou com a sequência de números ímpares, ao visualizá-la, percebeu que a soma de uma subsequência que se inicia em 1, é um quadrado perfeito,

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

...

- (a) (**3 pontos**) Calcule a raiz quadrada da soma dos 10 primeiros termos dessa sequência:
- (b) (**7 pontos**) Calcule e argumente:

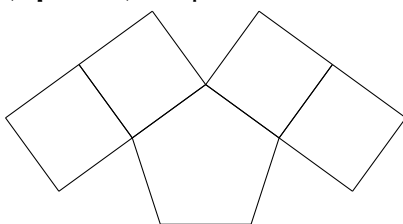
$$\sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2339}$$

2. (**Valor: 10 pontos**) / OBMEP-2006 Modificada) Três grandes matemáticos Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli e Daniel Bernoulli distribuíram entre si vinte e um livros enumerados de 1 a 21. Jacob ficou com dez livros, Johann com outros dez e Daniel com o livro que sobrou.
- (a) (**3 pontos**) É possível que a soma dos números dos livros de Johann seja 54? Por quê?
- (b) (**7 pontos**) Se a soma dos números escritos Jacob é 110 a mais que a soma dos números escritos nos livros de Johann, qual é o número escrito no livro de Daniel?

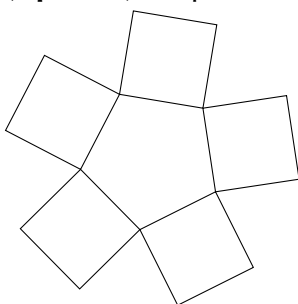
3. (**Valor: 10 pontos** / OBMEP 2020 Modificada) Pascal gosta muito de desenhar e colorir, em seu caderno, figuras formadas por quadrados e pentágonos. Cada quadrado pode ser colorido de vermelho, marrom ou amarelo, e cada pentágono, de amarelo, laranja ou verde. Polígonos com um lado em comum não podem ter a mesma cor. A figura ao lado é um exemplo de como Pascal pode colorir um de seus desenhos.



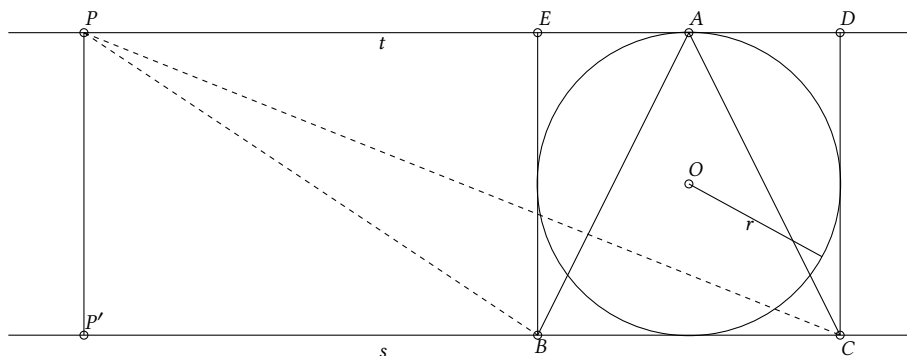
- (a) (**5 pontos**) De quantas maneiras Pascal pode colorir a figura abaixo?



- (b) (**5 pontos**) De quantas maneiras Pascal pode colorir a figura abaixo?



4. (**Valor: 10 pontos**) Tales, famoso por observar semelhanças entre algumas figuras, decidiu manipular, dentro de duas retas paralelas t e s , 3 dos entes geométricos mais básicos; o triângulo descrito pelos pontos A , B e C , o quadrado descrito pelos pontos B , C , D , e E , e a circunferência inscrita no quadrado mencionado, de centro O e raio r , como na figura a seguir:



- (a) (**2 pontos**) Ajude-o a calcular a área do triângulo ABC.

- (b) **(3 pontos)** Em seguida, ele escolheu um ponto P mais distante do ponto A na reta t , como na figura já mencionada. Novamente ele se deparou com a dúvida de qual é a área desse novo triângulo PBC . Qual é essa área, e qual argumento você utilizaria para explicar para Tales?
- (c) **(5 pontos)** Para finalizar, ele procurou seu amigo apelidado carinhosamente por Pity, para descobrir comprimento do seguimento PC , porém ele não estava disponível. Sabendo que a distância da projeção do ponto P na reta s , ou seja P' , dista $\frac{11}{4}r$ de B , calcule a distância PC .
5. **(Valor: 10 pontos / PIC-OBMEP Modificada)** O matemático Elon Lages Lima nasceu em 9 de julho de 1929, em Maceió (Alagoas) e foi inspirado por seu professor de ensino médio, Benedito de Moraes, a seguir na área da Matemática. Iniciou sua graduação em Matemática em 1950, na Faculdade Católica de Filosofia do Ceará, estudou também na Universidade do Brasil, atual UFRJ e University of Chicago (U.C) recebeu seu título de doutor em 1958, com a tese sobre Topologia Algébrica, faleceu em 07 de maio de 2017, aos 87 anos.

<https://www3.unicentro.br/petfisica/2017/09/06/elon-lages-de-lima-1929-2017/>

Considere as letras do nome de um dos grandes matemáticos brasileiros ELON. Efetuando o produto $ELON \times ELON$ obtemos o diagrama abaixo:

				E	L	O	N
				<u>E</u>	<u>L</u>	<u>O</u>	<u>N</u>
			[] [] [] []				E
		[] [] [] []					L
	[] [] [] []					O	
[] [] [] []				N			
<hr/>							
[] [] [] []	[] [] [] []	[] [] [] []	[] [] [] []				

Sabendo que cada letra (E, L, O, N) representa um algarismo diferente, encontre o algarismo correspondente a cada letra. Ao final, represente o número formado pelos algarismos encontrados na palavra ELON.

3.2.1 Resolução e Gabarito

1. (a) Resposta : 10

$$\sqrt{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19} = \sqrt{100} = 10$$

- (b)

$$\sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2339}$$

Resposta: 1170

Esta questão pode ser avaliada de duas formas:

1º Critério: i) Pelo exercício anterior e pelos exemplos, o aluno notar que a resposta dessa raiz, sempre será a quantidade de termos nela escritos.

ii) (3 pontos) Notar que a quantidade de termos escritos é 1170, pelo fato de que até $2339 + 1$ existem 2340 números, como queremos só os ímpares, a quantidade de termos seria $\frac{2340}{2}$.

iii) Chegar na resposta 1170.

2º Critério: O aluno perceber o padrão de sempre pegar o primeiro e último número, somar e dividir por 2, chegando na resposta.

2. (a) Resposta:

Não, pois, a menor soma possível seria Johann pegar os livros enumerados de 1 a 10 cuja soma é $1 + 2 + \dots + 10 = 55$.

(b) Resposta: número 11

Sejam Jc , Jh e D as somas dos números dos cartões de Jacob, Johan e Daniel, respectivamente. Do enunciado temos $Jc = Jh + 110$ além disso a maior soma possível seria Jc pegar os livros numerados de 12 a 21, cuja soma é $12 + 13 + \dots + 21 = 165$. Logo $Jc \leq 165$ e portanto $Jh \leq 165 - 110 = 55$. Do enunciado anterior a menor soma possível é 55, isto é $Jh \geq 55$

Vamos então que $Jh \geq 55$ e $Jh \leq 55$, donde $Jh = 55$ e então $Jc = 55 + 110 = 165$.

Logo os livros que estão com Jacob são os de números 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 e 21, pois na situação do problema esses são os únicos números cuja soma é 135. Analogamente, concluímos que os livros que estão com Johann são os de números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Logo, Daniel tem o livro de número 11.

3. (a) Resposta: 88 maneiras diferentes Façamos a divisão em casos:

Caso 1: O pentágono foi colorido de amarelo por Pascal. Os dois quadrados ligados ao pentágono tem duas possibilidades e os outros dois também tem duas possibilidades, logo $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ possibilidade.

Caso 2: O pentágono não colorido de amarelo temos duas possibilidades. Nesse caso, cada um dos quadrados que tem um lado ligado ao pentágono tem três possibilidades sendo amarelo, vermelho e marrom os dois quadrados que tem seus lados ligados aos dois outros quadrados tem duas possibilidades. Pelo princípio multiplicativo, há $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 72$ possibilidades de pinturas.

Juntando os dois casos, vemos que Pascal pode colorir a Figura de $16 + 72 = 88$ maneiras diferentes.

(b) Resposta: 518 maneiras diferentes. Novamente, façamos a divisão em casos:

Caso 1: O pentágono foi colorido de amarelo por Pascal. Logo, todos os cinco quadrados tiveram duas possibilidades ser coloridos de vermelho ou marrom. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$. (32 possibilidade).

Caso 2: O pentágono não foi pintado de amarelo logo temos 2 possibilidades. Nesse caso, cada um dos cinco quadrados da figura podem ser pintados de amarelo, marrom ou vermelho. Pelo princípio multiplicativo, há $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 486$ possibilidades de pinturas.

Juntando os dois casos, vemos que Pascal pode pintar a Figura de $32 + 486 = 518$ maneiras

4. (a) Resposta: $2r^2$.

Basta perceber que a altura do triângulo e a base coincidem com o diâmetro da circunferência.

Ou seja:

$$\text{Área do } \triangle ABC = \frac{(2r).(2r)}{2} = 2r^2 \text{ (1 ponto)}$$

- (b) Resposta: $2r^2$.

É necessário utilizar o argumento que o $\triangle PBC$ tem a mesma base, e a mesma altura pelo fato de estar disposto entre duas retas paralelas assim como o $\triangle ABC$, logo eles possuíram mesma área ($2r^2$). (3 pontos)

- (c) Resposta: $PC = \frac{5\sqrt{17}}{4}r$.

1º passo: Notar que $\triangle P'PC$ é retângulo.

2º passo: Utilizar Pitágoras: $(2r)^2 + (2r + \frac{11}{4}r)^2 = PC^2$

3º passo: chegar na resposta $PC = \frac{5\sqrt{17}}{4}r$

5. Resposta:

E = 6;

L = 2 e O = 8 e vice versa;

N = 4;

Algarismo formado 6284 ou 6824;

Observando a multiplicação, podemos perceber que:

$N \times N = E$, $O \times N = L$, $L \times N = O$, $E \times N = N$

Analisando as possibilidades para N, temos inicialmente que N pode ser 2, 3, 4, 7, 8, 9. N não pode ser 0, 1, 5 ou 6, porque, quando multiplicados por si mesmos, darão seu próprio valor como resultado nas unidades: $0 \times 0 = 0$, $1 \times 1 = 1$, $5 \times 5 = 25$, $6 \times 6 = 36$ e portanto esses números não estão na forma: $N \times N = E$, mas sim na $N \times N = N$. Logo, não podem ser valor para N. Agora, tendo em mente que $N \times N = E$ e $E \times N = N$, N tem que ser 4 ou 9. Os casos 2, 3, 7, 8 estão excluídos pois encontraríamos dois valores distintos para N como no exemplo abaixo:

$$2 \times 2 = 4$$

$$4 \times 2 = 8$$

Mas o caso $N = 9$, também será excluído, pois teríamos o valor de $E = 1$ e na última linha antes do resultado teria apenas 4 algarismos em vez de 5. Portanto $N = 4$ e $E = 6$.

Agora, as possibilidades iniciais para o O e para L , são: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9. Note que O e L são diferentes de 0 pois $O \times N = L$ e teríamos $O = L$. Perceba que como N é par “ O ” e “ L ” também serão uma vez que:

$$O \times N = L \quad (O \times 4 = L)$$

$$L \times N = O \quad (L \times 4 = O)$$

Logo, $L = 2$ e $O = 8$, ou vice-versa. Logo o número que representa a palavra ELON pode ser 6284 ou 6824.

4 Avaliações do Nível 3

1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio

4.1 Avaliação 1º Fase

Atenção: As questões 8, 10 e 11 foram anuladas.

1. Ao financiar uma casa em 30 anos, Maria fechou o seguinte contrato com a financeira: para cada ano, o valor das 12 prestações deve ser igual e o valor da prestação mensal em um determinado ano é R\$ 50,00 a mais que o valor pago, mensalmente, no ano anterior. Considerando que o valor da prestação no primeiro ano é de R\$ 500,00, determine o valor da prestação no último ano.

a) R\$ 2 350,00

b) R\$ 1 950,00

c) R\$ 1 100,00

d) R\$ 1 500,00

e) R\$ 1 850,00

Resposta:

Aplicando na fórmula do Termo Geral da P.A.

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r$$

$$a_{20} = 500 + (20-1) \times 50$$

$$a_{20} = 500 + 29 \times 50$$

$$a_{20} = 500 + 1450$$

$$a_{20} = 1950$$

O valor da prestação no último ano será de R\$ 1 950,00.